

I. megoldás: Alakítsuk az első törtet a következőképpen:

$$t_1 = \frac{33\,333\,333\,331}{33\,333\,333\,334} = \frac{33\,333\,333\,334 - 3}{33\,333\,333\,334} =$$

$$= 1 - \frac{3}{33\,333\,333\,333 + 1} = 1 - \frac{1}{11\,111\,111\,111 + \frac{1}{3}}$$

Hasonlóan

$$t_2 = \frac{22\,222\,222\,221}{22\,222\,222\,223} = 1 - \frac{1}{11\,111\,111\,111 + \frac{1}{2}}.$$

Az így előállt két különbség csak a kivonandó nevezőjében tér el. A t_2 -ben fellépő nevező nagyobb a t_1 -beli nevezőnél, ezért a t_2 -beli kivonandó kisebb a t_1 -beli kivonandónál, tehát maga t_2 nagyobb t_1 -nél. A második tört a nagyobb.

II. megoldás: A törtet 2-vel, ill. 3-mal bővítve

$$\frac{66\,666\,666\,662}{66\,666\,666\,668} \quad \text{és} \quad \frac{66\,666\,666\,663}{66\,666\,666\,669}$$

összehasonlításáról van szó. A második tört úgy áll elő az elsőből, hogy annak számlálóját és nevezőjét 1-gyel növeljük. Ezzel a változtatással a pozitív számlálóval és nevezővel írt pozitív valódi törtből nagyobb valódi tört, a pozitív áltörtből pedig kisebb áltört áll elő. Ha ugyanis $0 < a < b$ és $c > d > 0$, akkor

$$\frac{a+1}{b+1} > \frac{a}{b} \quad \text{és} \quad \frac{c+1}{d+1} < \frac{c}{d},$$

mert a két oldal különbsége mindkétszer pozitív:

$$\frac{a+1}{b+1} - \frac{a}{b} = \frac{b-a}{b(b+1)} > 0 \quad \text{és} \quad \frac{c}{d} - \frac{c+1}{d+1} = \frac{c-d}{d(d+1)} > 0.$$

Feladatunkban valódi törtokról van szó, tehát a második tört nagyobb.

Corradi Gábor (Győr, Czuczor G. g. I. o. t.)

Megjegyzés. A c/d áltört megváltozásának iránya abból is megállapítható, hogy áltört reciprok értéke valódi tört, – ha az 1 számot nem tekintjük áltörtnek.

III. megoldás: Törtjeink egyszerűen írhatók fel, ha a $11\,111\,111\,111$ számot c -vel jelöljük:

$$\frac{3c-2}{3c+1} \quad \text{és} \quad \frac{2c-1}{2c+1}.$$

Közös nevezőre hozás után a számlálók:

$$6c^2 - c - 2 \quad \text{és} \quad 6c^2 - c - 1;$$

az utóbbi nagyobb, tehát a második tört nagyobb.

Tapody György (Budapest, Bem J. g. II. o. t.)