

I. megoldás: Vegyük észre, hogy egyik egyenletben sincs az ismeretleneket nem tartalmazó tag. Ebből következik, hogy az $x = y = 0$ értékpár megoldása a rendszernek. Viszont olyan megoldás nincs, amelyben csak az egyik ismeretlen értéke 0, – ugyanis az $x = 0$, $y \neq 0$ feltevés a két egyenletből az egymástól különböző $y = 1/6$, ill $y = -99$ értékekre vezet, és hasonlóan az $x \neq 0$, $y = 0$ feltevés $x = 1$ és $x = 16,5$ -re –, ennél fogva a továbbiakban feltehetjük, hogy $x \neq 0$, $y \neq 0$.

A szokásos kiküszöbölés helyett küszöböljük ki a rendszerből az elsőfokú tagokat; evégett a bal oldalakon való beszorzás után:

$$(1) \quad \begin{aligned} x^2 + 5xy + 6y^2 &= x + y \\ 6x^2 + 5xy + y^2 &= -99(x + y) \end{aligned}$$

adjuk hozzá az első egyenlet 99-szeresét a másodikhoz:

$$105x^2 + 500xy + 595y^2 = 0.$$

Ebből a homogén egyenletből $5y^2$ -nel való osztás útján a két ismeretlen $x/y = z$ hányadosára kapunk egyenletet:

$$21z^2 + 100z + 119 = 0, \quad \text{ahonnan} \quad z = \begin{cases} -7/3 \\ -17/7. \end{cases}$$

Mármint $x = zy = -7y/3$ -mal bármelyik egyenletből $y = 6$, és így $x = -14$, – továbbá hasonlóan $x = -17y/7$ -tel $y = 35/6$, és így $x = -85/6$.

Ezek szerint az egyenletnek 3 megoldása van:

$$\begin{aligned} x_1 &= 0, & x_2 &= -14, & x_3 &= -85/6, \\ y_1 &= 0, & y_2 &= 6, & y_3 &= 35/6. \end{aligned}$$

Zalán Péter (Aszód, Petőfi S. g. II. o. t.)

II. megoldás: Felhasználjuk azt, hogy az (1) alatti második egyenletben az xy -os tag együtthatója ugyanaz, mint az elsőben, x^2 és y^2 együtthatói pedig felcserélődnek. Így kivonással az xy -os tagok kiesnek és a bal oldalt szorzattá alakíthatjuk:

$$-5x^2 + 5y^2 = 5(y - x)(x + y) = 100(x + y),$$

innen pedig egyszerűsítéssel és 0-ra redukálással

$$(x + y)(y - x - 20) = 0,$$

és eszerint vagy

$$(2) \quad x + y = 0, \quad \text{vagy}$$

$$(3) \quad y - x - 20 = 0.$$

A (2)-ből adódó $y = -x$ -et bármelyik egyenletbe helyettesítve $x_1 = 0$, és így $y_1 = 0$.

$$(3)\text{-ből pedig } y = x + 20, \quad \text{így } 6x^2 + 169x + 1190 = 0$$

és $x_2 = -14$, $x_3 = -85/6$, amivel ismét a fenti eredményekre jutunk.

Pellionisz András (Budapest, Apáczai Csere J. gyak. g. II. o. t.)