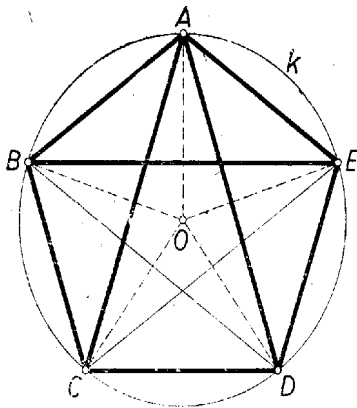


**I. megoldás:** Megmutatjuk, hogy az  $ABCDE = P$  ötszög minden csúcsánál ugyanakkora szög van. Eszerint az ötszög szabályos, mert szabályos sokszögnek az olyan konvex sokszöget nevezzük, amelynek valamennyi oldala, továbbá valamennyi szöge egyenlő.



A  $B$ ,  $E$ ,  $A$  csúcsnál levő szögek egyenlők. Ezek ugyanis egyszersmind az  $ACB$ ,  $ADE$ , ill.  $BEA$  háromszögnek is szögei. E háromszögek egybevágók, mert egy oldaluk a feltevésben szereplő  $AC$ ,  $AD$ , ill.  $BE$  átló, további két oldaluk pedig  $P$ -nek két oldala, így bármelyik két háromszög oldalai páronként egyenlők. A tekintetbe vett szögek a háromszögeknek az említett átlókkal szemben fekvő szögei, tehát egyenlők.

$P$ -nek  $C$  és  $D$ -nél levő szögei is egyenlők, mert a  $CA$ ,  $DA$  átlók két-két páronként egyenlő részre osztják őket. Ugyanis egyrészt az előbbi egybevágóságok folytán  $BCA \sphericalangle = EDA \sphericalangle$ , másrészt a  $CDA$  háromszög egyenlőszárú, így  $ACD \sphericalangle = ADC \sphericalangle$ , ezért összeadással valóban  $BCD \sphericalangle = EDC \sphericalangle$ .

Végül  $P$ -nek a  $B$  és  $D$ -nél levő szögei is egyenlők. Meghúzva ugyanis a  $BD$  átlót egyrészt a  $BDA$  és  $DBE$  háromszögek egybevágók, mert  $BD$  oldaluk közös, további oldalai pedig a feltevés szerint egyenlők, ezért  $ABD \sphericalangle = EDB \sphericalangle$ ; másrészt a  $BDC$  háromszög egyenlő szárú,  $DC = BC$ , és ezért  $DBC \sphericalangle = BDC \sphericalangle$ . Így összeadással  $ABC \sphericalangle = EDC \sphericalangle$ , amit bizonyítani akartunk. Ezek szerint

$$AED \sphericalangle = EAB \sphericalangle = ABC \sphericalangle = EDC \sphericalangle = BCD \sphericalangle.$$

Ezzel az állítást bebizonyítottuk.

Csepella Imre (Szeged, Radnóti M. Gimn. II. o. t)

**II. megoldás:** Megmutatjuk, hogy az  $ABCDE = P$  ötszög köré  $k$  kör írható. Így –  $k$  középpontját  $O$ -val jelölve – az  $AOB$ ,  $BOC$ ,  $COD$ ,  $DOE$ ,  $EOA$  háromszögek egybevágók,  $O$ -nál levő szögeik egyenlők. Ezeket  $\omega$ -val jelölve  $P$  bármely csúcsából a további 4 csúcs közti 3 oldal a kerületi és középponti szögek tétele alapján  $\omega/2$  szögben látszik. Ezért  $P$  mindegyik szöge  $3\omega/2$ .

Mármost az  $ABC$  és  $ABE$  egyenlőszárú háromszögek fentebb látott egybevágósága folytán  $ACB \sphericalangle = AEB \sphericalangle = \varepsilon$ , és így  $C$  és  $E$  az  $AB$  szakasz  $\varepsilon$  nyílásszögű látószög-körívén van, vagyis  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $E$  egy  $k_1$  kör pontjai. Ugyanígy az  $AE$  szakasz  $B$  és  $D$ -ből  $\varepsilon$  szögben látszik, ezért  $E$ ,  $A$ ,  $B$ ,  $D$  egy  $k_2$  kör pontjai. E két kör pedig azonos, mert  $A$ ,  $B$  és  $E$  pontjaik közös. A további  $C$ , ill.  $D$  pontokkal  $P$  minden csúcsáról beláttuk, hogy rajta van e körön. Ezzel az állítást bebizonyítottuk.

Zalán F. Árpád (Aszód, Petőfi S. Gimn. II. o. t.)