Az idézett gyakorlatban a szabályos 10-szög lefedésére kétféle rombuszból összesen 10 db-ot használtunk. Ezek belső szögeinek összege 3600°. E szögekkel kell lefednünk a 10-szög valamennyi szögét, amelyeknek összege $(10-2)\cdot 180^\circ = 1440^\circ$, a fennmaradó 2160° pedig a belső csomópontok szögterét tölti ki. Minden csomóban az oda befutó rombusz csúcsoknál levő szögek összege 360°, ugyanis lehetetlen, hogy egy beillesztett rombusz valamelyik csúcsa egy másik rombusz oldalára essék. Valóban, mivel egy a 10-szög C csúcsából kiinduló CB belső választóvonal mentén illeszkedő két rombusz C-ben csúccsal illeszkedik egymáshoz, azért az oldalak egyenlősége folytán B-ben is ez áll fenn. Így pedig folytatólag minden B belső csomópontra érvényes az állításunk. Eszerint bármelyik lefedésben pontosan $2160^\circ : 360^\circ = 6$ belső csomópont keletkezik.

Legyen általában a szabályos n-szög lefedésére rendelkezésre álló rombuszaink száma r. Ezek belső szögeinek összege $r\cdot 360^\circ$; az n-szög szögeié $(n-2)\cdot 180^\circ$, tehát a belső csomópontok céljára $(2r-n+2)\cdot 180^\circ$ lefedő szögtér marad fenn. Így a csomópontok száma

$$c = \frac{(2r-n+2)180^\circ}{360^\circ} = r + 1 - \frac{n}{2},$$

és ez valóban csak a sokszög oldalainak számától és az adott rombuszok számától függ. (Ez nincs ellentmondásban a bizonyítandó állítással: „ … csak a sokszög oldalszámától függ”, mert csak a „megfelelő”, vagyis az adott számú rombuszt pontosan felhasználó lefedésekről van szó.) Esetünkben $n = 12$, 14, 16-hoz r értéke rendre 15, 21, ill. 28 volt, tehát rendre $c = 10$, 15, ill. 21. Ezek megegyeznek az 582. gyakorlat ábrájáról számlálással megállapítható eredményekkel.

Fenti eredményünkből a páratlan oldalszámú szabályos sokszög lefedésének lehetetlensége is kiolvasható. Bárhogyan választjuk ugyanis a rombuszokat, r minden esetre egész szám, viszont páratlan n esetén a kiszámított c érték nem egész.

Máté Eörs (Szeged, Radnóti M. Gimn. II. o. t.)

Megjegyzések. 1. Azt is látjuk, hogy a c oldalú szabályos $2k+1$-szög nemcsak az adott szögek valamelyikével bíró rombuszokkal, hanem semmiféle c oldalú rombuszokkal nem fedhető le hézagtalanul és egyrétűen.

Sonnevend György (Celldömölk, Berzsenyi D. Gimn. II. o. t.)

2. A páratlan, $n = 2k+1$ oldalú szabályos $2k+1$ sokszög kívánt módon való lefedésének lehetetlen voltát abból is beláthatjuk, hogy az r számú lefedő rombusznak $4r$ oldala van; ezek közül az n-szög oldalaihoz illeszkedik n, a további $4r-n$ pedig a lefedés belső választóvonalai mentén páronként egymáshoz illeszkedik. Ez csak akkor lehetséges, ha $4r-n$ és vele n páros szám.

Sebestyén Zoltán (Celldömölk, Berzsenyi D. Gimn. II. o. t.)

3. Többen azt is állították, hogy a szabályos $2k+1$-szög semmiféle négyszögekkel nem fedhető le. Ezt nem állíthatjuk, mert a lefedő négyszögek egyenlő oldalúságát felhasználtuk annak bizonyításában, hogy egy rombusz csúcsa nem eshet a lefedésnél egy másik rombusz oldalának a belsejébe.