

Legyen a teher- és az expresszvonat sebessége tetszés szerinti, de ugyanazon egységben c , ill. xc – ahol x a keresett arányszám – és legyen a két vonat hosszának összege h (a sebességek megadásánál használt hosszúság egységben). Akár egy irányban, akár szemben halad a két vonat, az egymás melletti elhaladás addig tart, amíg a két vonatnak az a vége, amely a találkozáskor együtt volt, egymástól h távolságra jut. Ennek t_1 ideje (a sebességek megadásánál használt időegységben) a szemben haladás esetére a $ct_1 + xct_1 = h$ egyenletből $t_1 = h/(xc + c)$, mert a mozdonyok az összetalálkozási helytől ct , ill. xct távolságra jutottak el ellentétes irányban. Egy irányban haladás esetén az expresszvonat mozdonya (és minden pontja) az egymás mellett haladás t_2 ideje alatt (ugyanazon egységben, mint t_1) az utolérési helytől számítva h -val több utat tesz meg, mint a tehervonat végpontja, tehát $xct_2 - ct_2 = h$ -ból $t_2 = h/(xc - c)$. A feladat szerint

$$x = \frac{t_2}{t_1} = \frac{h}{(x-1)c} : \frac{h}{(x+1)c} = \frac{x+1}{x-1},$$

és innen – mivel $x - 1 \neq 0$ –

$$\begin{aligned} x^2 - 2x - 1 &= 0, \\ x_1 &= 1 + \sqrt{2}, \quad x_2 = 1 - \sqrt{2}. \end{aligned}$$

A feladat tartalmának x_2 nem felel meg, tehát a keresett arányszám $1 + \sqrt{2} \approx 2,414$.

Baráti György (Budapest, I. István Gimn. I. o. t.)

Megjegyzések. 1. Meggondolásunkat a relatív mozgás kinematikai fogalmára támaszkodva így is mondhatjuk: a jelenséget a tehervonat koordináta-rendszerében vizsgálva az expresszvonat relatív sebessége ellentétes, ill. egyirányú mozgás esetén $xc + c$, ill. $xc - c$, ezért a h út megtételéhez szükséges idők a fenti t_1 , ill. t_2 .

Nagy Dénes Lajos (Budapest, Rákóczi F. Gimn. II. o. t.)

2. A vonatok mozgási irányának ellentétes, ill. megegyező voltát szavak helyett a két sebességnek tulajdonított előjellel is kifejezhetjük. Így a negatív gyökök is van értelme, de nem hoz lényegesen újat. Csupán az egy irányba és a szemben való mozgás eseteit cseréli fel, továbbá az expressz lassúbb lesz a tehervonatnál.