

$$A_1A_2 = A_1B + BC + CA_2 = AB + BC + CA = 2s.$$

A használt tükrös tengelyek metszéspontját O -val jelölve $OA_1 = OA_2 = OA$, tehát O az AA_1A_2 háromszög k_1 körülírt körének középpontja. Másrészt szerkesztésénél fogva O az ABC háromszög oldalait érintő körök közül a BC oldalt kívülről érintő körnek középpontja, tehát OA felezi a $BAC = \alpha$ szöget, ezért $OA_1B \sphericalangle = OAB \sphericalangle = \alpha/2$.

Ezek alapján az OA_1A_2 egyenlő szárú háromszög a $2s$ alaphoz és a rajta fekvő $\alpha/2$ (hegyes) szögből megszerkeszthető és folytatólag megrajzolhatjuk k_1 -et. Másrészt OA_1 -re A_1 -től $A_1D = AA' = f$ -et felmelve az OD szakaszban megkapjuk $OA - AA' = OA'$ -t, és az O körül OD sugárral írt k_2 körrel A_1A_2 -ből kimetszhetjük A' -t. Ezután az OA' félegyenessel k_1 -ből kimetszünk A -t, végül AA_1 és AA_2 felező merőlegeseivel A_1A_2 -ből kimetszünk B -t, C -t.

A megoldhatóság feltétele, hogy $OD = OA_1 - f$ nagyobb legyen O -nak A_1A_2 -től való távolságánál.

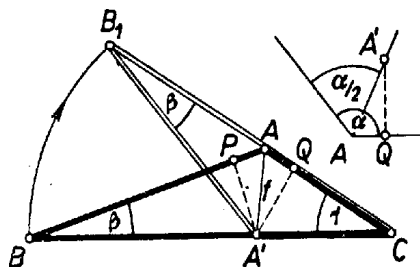
Fajsi Csaba (Budapest, Rákóczi F. g. II. o. t.)

Megjegyzés. Ha A_1, A_2 -t A -nak B , ill. C körül BC meghosszabbításaira való ráforgatásával állítottuk elő, k_1 -et pedig az AA_1A_2 háromszög körülírt körének tekintjük, akkor a következő megfontolással láthatjuk be, hogy AO felezi a $BAC = \alpha$ szöget. Húzzuk meg k_1 -nek A -beli TT_1 érintőjét. Ekkor a kerületi szögek tétele szerint $TAA_1 \sphericalangle = AA_2A_1 \sphericalangle = \gamma/2$, tehát

$$OAB \sphericalangle = OAT \sphericalangle - TAA_1 \sphericalangle - A_1AB \sphericalangle = 90^\circ - \gamma/2 - \beta/2 = \alpha/2.$$

Kerényi Ilona (Debrecen, Kossuth L. gyak. g. II. o. t.)

III. megoldás: Legyen A' vetülete az AB, AC egyenesre P, Q , és forgassuk el az $A'BP$ derékszögű háromszöget A' körül úgy, hogy P csúcsa Q -ba essék, legyen B új helyzete a CA félegyenesen B_1 (3. ábra).



3. ábra

Ekkor az $A'B_1C$ háromszög hasonló ABC -hez (körüljárásuk ellentétes irányú), mert C szögük közös, B , ill. B_1 -nél levő szögük egyenlő. Így $A'CB_1$ -ből ismerjük A' -nél levő szögét, $A'Q$ magasságát (megkaphatjuk egy az $AA'Q$ derékszögű háromszöggel egybevágó háromszögből, melyben az átfogó f és egyik hegyes szög $\alpha/2$), végül a kerületét. Ugyanis

$$\begin{aligned} CA' + A'B_1 + B_1C &= CA' + A'B + B_1Q + QC = CB + BP + QC = \\ &= CB + (BA - PA) + (AC - AQ) = 2s - 2AQ, \end{aligned}$$

ahol AQ a fenti derékszögű háromszög másik befogója. ($+QC$ helyett $-QC$ áll, ha $\gamma > 90^\circ$, de a végeredmény ugyanaz.) Ennélfogva az $A'B_1C$ háromszög megszerkeszthető.

Ha ugyanis A' -t B_1 és C körül B_1C meghosszabbításába forgatjuk és új helyzetei A'_1, A'_2 , akkor $A'_1A'_2 = 2s - 2AQ$ és $A'_1A'A'_2 \sphericalangle = 90^\circ + \alpha/2$, tehát A' mértani helye egyrészt a látószögműködés, másrészt az $A'_1A'_2$ -től $A'Q$ távolságban haladó párhuzamos. (Az ábra hasonlóságokat mutat a 2. ábrához, ezért mellőzzük.)

$A'B_1C$ -ből az $A'B_1Q$ háromszög A' körüli „visszaforgatásával” kaphatjuk B és P -t (B a CA' félegyenesen, A' -n túl) és BP kimetszi CB_1 -ből A -t.

Simonovits Miklós (Budapest, Radnóti M. g. II. o. t.)