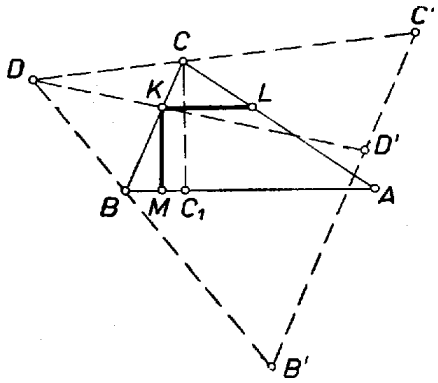

Meghatározhatjuk KL-et és KM-et, felhasználva egyrészt az ACB szög szárait metsző KL és AB párhuzamosok és a BC szár szeletei, másrészt az ABC szög szárait metsző KM és CC_1 párhuzamosok és ugyancsak a BC szár szeletei közt fennálló arányosságok alapján:

$$\frac{KL}{AB} = \frac{CK}{BC}, \qquad \frac{KM}{CC_1} = \frac{BK}{BC},$$

vagyis

$$KL = \frac{AB \cdot CK}{BC}, \qquad KM = \frac{CC_1 \cdot BK}{BC}.$$

Így a feladat állítása következik abból, ha megmutatjuk a számlálók egyenlőségét. Ehhez felhasználjuk, hogy a $B'C'D$ háromszög szabályos, mert

$$B'D = C'D \quad \text{és} \quad B'DC'\sphericalangle = BDC\sphericalangle = 60^\circ;$$

továbbá hasonló helyzetű a BCD háromszöggel, tehát $B'C' \parallel BC$.

A szerkesztés adatait felhasználva

$$D'C' = B'C' - B'D' = AB + CC_1 - AB = CC_1.$$

A B', D', C' pontok a B, K, C pontoknak a D pontból egy párhuzamos egyenesre történő vetítésével keletkeznek, így a köztük levő szakaszok között a következő arányosságok állnak fenn:

$$\frac{BK}{KC} = \frac{B'D'}{D'C'} = \frac{AB}{CC_1}, \quad \text{és innen} \quad BK \cdot CC_1 = AB \cdot KC.$$

Ebből, mint láttuk, következik a KL és KM szakaszok egyenlősége.

Tószegi Sándor (Makó, József A. g. II. o. t.)

Megjegyzés: A BCD háromszöget BC-nek mindkét partján szerkeszthetjük: a két háromszög egymásnak tükörképe. Mivel azonban K-t éppen BC-n szerkesztjük meg, és a további lépések csak K-ra támaszkodnak, azért bizonyításunk D mindkét helyzetére érvényes.

Nováky Béla (Budapest, I. István g. II. o. t.)