

Az E szám létezésének kérdése azonos a 600. gyakorlat (1) egyenlete megoldhatóságának kérdésével a $c = a$ esetre. Ámde az ottani (2) szerint ez esetben

$$x = E = 0, \quad \text{ha} \quad a \neq -1,$$

továbbá E -ként bármely szám megfelel, ha $a = c = -1$. Ezek szerint $E = 0$ olyan szám, amelyre minden a -val $a * E = a * 0 = a$, és így $a = E = 0$ -val is $E * E = E$. Valóban, az értelmezés szerint $a * 0 = a + 0 + a \cdot 0 = a$ és $0 * 0 = 0$. – Ez az $a * E = 0$, azaz $(1 + a)E = 0$ egyenletből közvetlenül is belátható, mert az minden a -ra csak $E = 0$ -val állhat fenn.

A csillag-művelet értelmezése alapján egyrészt

$$a * b = a + b + ab = b + a + ba = b * a;$$

másrészt a második vizsgálandó egyenlőség két oldala külön-külön

$$\begin{aligned} (a * b) * c &= (a + b + ab) + c + (a + b + ab)c = \\ &= a + b + c + ab + ac + bc + abc, \\ a * (b * c) &= a + (b * c) + a(b * c) = a + (b + c + bc) + a(b + c + bc) = \\ &= a + b + c + ab + ac + bc + abc, \end{aligned}$$

ennélfogva a két oldal egyenlő. – Ezek szerint a csillag művelet kommutatív és asszociatív.

Tasnády Mária (Budapest, Fazekas M. g. I. o. t.)

Megjegyzések. 1. Az értelmezésnek a 600. gyakorlat megjegyzésében adott alakjával is célhoz jutunk. Egyrészt

$$(a * b) + 1 = (a + 1)(b + 1) = (b + 1)(a + 1) = (b * a) + 1,$$

és így

$$a * b = b * a,$$

másrészt

$$\begin{aligned} [a * (b * c)] + 1 &= (a + 1)[(b * c) + 1] = (a + 1)[(b + 1)(c + 1)] = \\ &= [(a + 1)(b + 1)](c + 1) = [(a * b) + 1](c + 1) = (a * b) * c, \end{aligned}$$

tehát a kommutatív és az asszociatív tulajdonság fennáll.

Simonovits Miklós (Budapest, Radnóti M. g. II. o. t.)

2. Az $E = 0$ számnak a csillag-műveletben látott tulajdonsága emlékeztet az 1 számnak a szorzásban mutatkozó tulajdonságára. Továbbmenve $(a')' = a$ és $a * a' = 0 = E$ alapján a vesszős képezés a számok reciprokának képezésére emlékeztet. A -1 számnak a csillag-műveletbeli szerepe pedig hasonló a 0-nak a szorzásbeli szerepéhez, továbbá abban is megfelelnek egymásnak, hogy -1 -nek nincs vesszőse, 0-nak pedig nincs reciproka.

Nováky Béla (Budapest, I. István g. II. o. t.)