I. megoldás: Tegyük fel, hogy fennáll az első három egyenlőség, vagyis az $a, b, c, \ldots, h$ ismeretlenekre teljesül a következő három egyenlet:

$$\begin{array}{lll}
(S_1 = S_2\text{-ből}) & \text{(I)} & a+b+c=d+e+f, \\
(S_1 = S_3\text{-ból}) & \text{(II)} & a \phantom{{}+b+c} = -d+g+h, \\
(S_1 = O_2\text{-ből}) & \text{(III)} & a+\phantom{b+{}}c=e+g;
\end{array}$$

megmutatjuk, hogy ekkor teljesül a negyedik is:

$$(S_1 = O_3\text{-ból}) \quad \text{(IV)} \quad a+b=f+h.$$

Valóban, (IV) bal oldalát előállíthatjuk (I) bal oldalából c kivonásával, c-t pedig (III) és (II) bal oldalából kivonással:

$$(a+b+c)-[(a+c)-a]=a+b,$$

és ugyanezen kivonások (I)-(III) jobb oldalából éppen (IV) jobb oldalát állítják elő:

$$(d+e+f)-[(e+g)-(-d+g+h)]=f+h,$$

tehát a negyedik egyenlőség – más szóval a (IV) egyenlet – következménye az első háromnak, (I)–(III)-nak.

Hogy (1)–(III) bármelyike ugyancsak következménye a kimaradó három egyenlőségnek, ez most már abból adódik, hogy ha egy egyenlet következménye más egyenleteknek, akkor az utóbbi egyenletek bármelyike is következménye a kimaradó egyenleteknek.

Molnár Emil (Győr, Révai M. g. II. o. t.)

Megjegyzések. 1. Megállapításunk jelképesen így írható: (I) − (III) + (II) = (IV). Ebből pl. (I) + (II) − (IV) = (III) és hasonlóan (II) és (I) is előállítható.

2. A versenyzők legtöbbje a négy egyenlőség mindegyikéről külön mutatta meg, hogy következménye a többi háromnak. Itt a matematikának arra a törekvésére láthatnak ők példát, hogy hacsak lehet, egymáshoz hasonló, több lépésből álló meggondolásokat is egycsapásra végezzünk el.

II. megoldás: Az első oszlop összege egyenlő az első soréval: $O_1 = a+d+(b+c-d) = a+b+c = S_1$. Másrészt a három sorban ugyanaz a kilenc szám szerepel, mint a három oszlopban, ezért $S_1+S_2+S_3 = O_1+O_2+O_3$, tehát $S_2+S_3 = O_2+O_3$. Feltevésünk szerint itt valamelyik három szám S_1-gyel egyenlő, ezért a negyedik értéke is S_1.

Gonda Júlia (Makó, József A. g. II. o. t.)