

Alkalmazzuk a két pozitív szám számtani és mértani közepe közti egyenlőtlenséget az n , $n + 1$, ill. $n - 1$, n számpárokra, melyek tagjai egymástól különbözők:

$$\sqrt{n(n+1)} < \frac{2n+1}{2}, \quad \text{ill.} \quad \sqrt{(n-1)n} < \frac{2n-1}{2}.$$

Innen 2-vel szorozva és átrendezve

$$2\sqrt{n(n+1)} - 2n < 1, \quad \text{ill.} \quad 1 < 2n - 2\sqrt{(n-1)n},$$

majd $\sqrt{n}$ -nel osztva ($\sqrt{n} > 0$) a kívánt kettős egyenlőtlenséget nyerjük.

Federics Mária (Püspökladány, Ált. g. I. o. t.)

Megjegyzések. 1. n -ről csak azt használtuk ki, hogy nagyobb 1-nél, egész voltát nem.

2. A $(\sqrt{n} - \sqrt{n-1})^2 > 0$ és $(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})^2 > 0$ helyes egyenlőtlenségekből kiindulva hasonlóan jutunk célhoz.

Gagyi Pálffy András (Budapest, Széchenyi I. g. II. o. t.)

3. A kettős egyenlőtlenség „szélső” kifejezéseire: $\sqrt{n+1} - \sqrt{n} < \sqrt{n} - \sqrt{n-1}$. Eszerint a természetes számok négyzetgyökeinek felsorolásában a lépésről lépésre való növekedés egyre kisebb és kisebb. Másképpen az $y = \sqrt{x}$ függvény – bár állandóan növekszik – növekedésének „üteme” – legalábbis az egész x -értékek közt vizsgálva – egyre lassúbb.