

Bármely páratlan számot felírhatunk két tényezős szorzatként: $2k-1 = 1 \cdot (2k-1)$, és így az $y^2 - z^2 = (y-z)(y+z)$ azonosság alapján két egész szám négyzetének különbségeként is. Ugyanis az $y-z = 1$, $y+z = 2k-1$ egyenletrendszerből $y = k$, $z = k-1$ egészek. Ezekhez $x = 0$ -t hozzávéve bármely U páratlan szám a kívánt alakban így írható: $U = 2k-1 = 0^2 + k^2 - (k-1)^2$, a P páros számok pedig $x = 1$ -gyel: $P = 2k = 1^2 + k^2 - (k-1)^2$.

Megállapításunk minden egész számra érvényes, vagyis a negatívokra is. Éppen ezért az előállításban U céljára $x = 0$ helyett bármely $2j$ páros számot vehetünk, P céljára pedig $x = 1$ helyett bármely $2j-1$ páratlan számot. Eszerint minden egész szám végtelen sokféleképpen írható a kívánt alakban.

Endreffy Zoltán (Budapest, I. István g. I. o. t.)

Megjegyzés: Ha az így kapott $U = 4j^2$, ill. $P = (2j-1)^2$ páratlan szám nem törzsszám, akkor többféleképpen is írható két p és q páratlan szám szorzataként. Ezek is vehetők $y-z$, $y+z$ -nek, ugyanis $y = (p+q)/2$, $z = (q-p)/2$ egészek. – Speciálisan a $P = 0$ számot bármely pythagorászi számhármassal előállítja, ha z az átfogószám.

Bácsy Zsolt (Budapest, Eötvös J. g. II. o. t.)