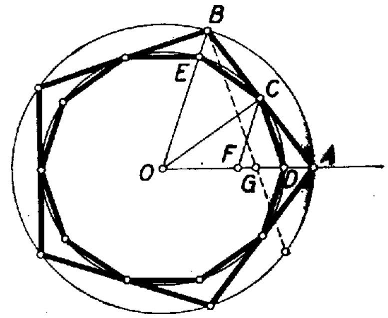
I. megoldás: Legyen a R sugarú kör középpontja O, a beleírt szabályos ötszög egy oldala AB, és ennek felezőpontja C; így $AOB\sphericalangle = 360°/5 = 72°$, $AOC\sphericalangle = COB\sphericalangle = 72°/2 = 36°$, és a beírt kör középpontja O, sugara $OC = r$.



Vegyük C-t a beírt szabályos tízszög egy csúcsának, ekkor a vele szomszédos D, E csúcsokat OA, OB metszi ki az r sugarú körből, mert így $COD\sphericalangle = COE\sphericalangle = COA\sphericalangle = 360°/10 = 36°$, tehát CD, CE valóban oldalai a tízszögnek. Legyen végül OA felezőpontja F, tehát $OF = FA$.

F egyszersmind középpontja az OAC derékszögű háromszög körülírt körének, tehát $FC = FO$. Így az OCF háromszög egyenlő szárú, és F-nél fekvő külső szögére $DFC\sphericalangle = 2FOC\sphericalangle = 2DOC\sphericalangle = 72°$. Másrészt az OCD háromszögből $ODC\sphericalangle = (180° - 36°)/2 = 72°$, így $FDC\sphericalangle = DFC\sphericalangle$, a CDF háromszög egyenlő szárú, tehát $CD = CF = OF = R/2$, amit bizonyítanunk kellett.

Jójárt István (Esztergom, Ferences g. I. o. t.)

II. megoldás: Az I. megoldás jelöléseivel C, ill. F felezi az OAB háromszög AB, ill. AO oldalát, ezért CF párhuzamos OB-vel, az $OECF$ négyszög trapéz. Benne – a fentiekhez hasonlóan – $CEO\sphericalangle = EOF\sphericalangle = 72°$, így a trapéz egyenlő szárú, tehát $CE = FO = R/2$.

Budai Katalin (Budapest, Berzsenyi D. lg. II. o. t.)

Megjegyzések. 1. Lényegében ugyanezeket a tényeket használjuk ki, ha a CD-vel B-n át húzott párhuzamosnak OA-val való metszéspontját G-vel jelölve azt mutatjuk meg, hogy az OBG háromszög egyenlő szárú, és így $OB = BG = 2CD$.

Ruda Győző (Budapest, Kőrösi Csoma S. g. II. o. t.)

2. Az állítást a szabályos ötszög oldala és a köréje, ill. beléje írható kör sugara, valamint a szabályos tízszög oldala és a köréje írható kör sugara között fennálló (könnyen megállapítható) arányok alapján is bizonyíthatjuk. Ezek az arányok egyszerű kapcsolatban állnak 18° és 36° szinuszával és koszinuszával,

Krámli András (Szeged, Radnóti M. g. II. o. t.)