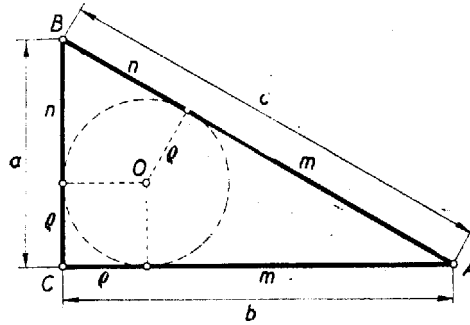


I. megoldás: A beírt körhöz a csúcsokból húzható érintőszakaszok egyenlősége és a háromszög derékszögű volta folytán a befogók és az átfogó hossza rendre (1. ábra):



1. ábra

$$(1) \quad m + \rho, \quad n + \rho, \quad m + n,$$

így a keresett terület kétszerese a befogók szorzataként:

$$(2) \quad 2t = (m + \rho)(n + \rho) = mn + (m + n + \rho) \rho.$$

Innen ρ -t ki kell küszöbölnünk. A területnek és ρ -nak más, minden háromszögre érvényes összefüggése: $t = s\rho$, ez viszont a kerület felét vonja be újabb ismeretlenként számításunkba. Ámde (1) alapján s is kifejezhető m , n , ρ -val: $s = m + n + \rho$, sőt (2) jobb oldalának második szorzatában éppen $s\rho = t$ -re ismerünk rá, így a kiküszöbölés egy csapásra sikerül. Ezt beírva rendezéssel a keresett területképlet $t = mn$.

Máté Zsolt (Szeged, Radnóti M. gyak. g. II. o. t.)

Megjegyzés. Az adatok és a kiküszöbölendő ρ között (1) felhasználásával a Pythagoras-tétel is ad összefüggést: $(m + \rho)^2 + (n + \rho)^2 = (m + n)^2$ -ből összevonással, felezéssel és kiemeléssel $(m + n + \rho) \rho = mn$, ezt (2)-be helyettesítve (vagy a bal oldalban $s\rho = t$ felismerésével) $t = mn$.

Pósa Lajos (Bp. XIII., Sziget utcai ált. isk. V. o. t.)

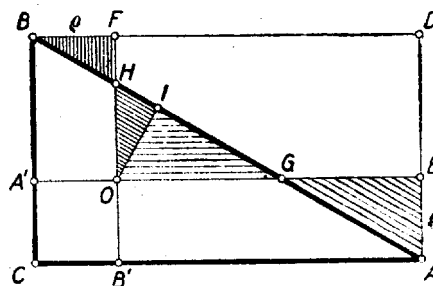
II. megoldás: Jusson eszünkbe, hogy a Heron-féle területképlet gyökjele alatti szorzat tényezői közül a három különbség a csúcsokból a beírt körhöz húzott érintőszakaszok hosszát jelenti, esetünkben $s - a = m$, $s - b = n$, $s - c = \rho$. Ezeket a képletbe beírva, majd az $s\rho$ szorzatban a terület egy másik kifejezésére ráismerve

$$t = \sqrt{s(s - c)(s - a)(s - b)} = \sqrt{s\rho mn} = \sqrt{tmn},$$

és innen négyzetre emeléssel és osztással $t = mn$.

Török László (Ózd, József A. g. I. o. t.)

III. megoldás: A feladatot a területátalakítás módszerével is megoldhatjuk. Egészítsük ki az ABC derékszögű háromszöget a D csúccsal téglalappá, hosszabbítsuk meg a beírt kör OA' , OB' érintési sugarait az AD , ill. BD oldalon levő E , ill. F metszésig, jelöljük $A'E$, ill. $B'F$ -nek az AB átlóval való metszéspontját G , ill. H -val, és a körnek AB -n levő érintési pontját I -vel (2. ábra).



2. ábra

Ekkor – betűk együttesével a megfelelő területet jelölve –

$$ABC = BAD = BHF + FHGE + GAE = OHI + FHGE + GOI = FOED,$$

ugyanis a BHF és OHI , valamint GAE és GOI derékszögű háromszögek egybevágók, mert H -nál, ill. G -nél levő hegyes szögek csúcshökök, és a velük szemben fekvő befogók hossza a beírt kör sugarával egyenlő. Eszerint

$$t = FO \cdot OE = BA' \cdot B'A = BI \cdot IA = mn.$$

Mezey Ferenc (Bp. II., Rákóczi F. g. II. o. t.)