

I. megoldás: Legyen az adott egyenes e , a rajta levő pont P , az adott kör, a középpontja, a sugara és az e -n levő érintési pontja k , O , r , T . Elég avval az esettel foglalkoznunk, ha P nem esik T -be, különben k -tól függetlenül – minden olyan kör megoldása volna a feladatnak, amely e -t T -ben érinti, és más megoldás nem is lenne. Így P a k -ra nézve külső pont, ezért a keresett k' kör a k -t csak kívülről érintheti, másrészt e -t csak arról a partjáról, amelyen k van.

Képzeldük a feladatot megoldottnak, és legyen k' -nek közepe és sugara O' , r' (az ábrákat magatok készítsétek el!).

Ekkor $OO' = r' + r$, ennél fogva, ha k' -t az r -rel nagyobb sugarú k_1 körre fűjük fel, eközben a középpontokat rögzítettéknek tekintjük, és k és k' érintkezését állandóan fenntartjuk, evvel k -t az O középpontra zsugorítjuk össze, és e -t a vele párhuzamos, tőle a k -val ellentétes oldalon r távolságban levő e_1 -be toljuk el. k_1 és e_1 -nek P_1 érintkezési pontját P -nek e -n levő vetülete adja meg.

Ezek szerint e_1 , P_1 , O' , végül k' egymásután megszerkeszthetők, ugyanis O' számára egy mértani hely az e -re P -ben felállított m merőleges félegyenes, és egy másik az OP_1 -nek f felező merőlegese. Mindig egy megoldás van, mert P és T különbözősége folytán f biztosan metszi m -et.

Bácsy Zsolt (Bp. V., Eötvös J. g. I. o. t.)

Megjegyzés. f felhasználása az alábbiakkal is indokolható. k' a P -ben érint minden olyan kört, amely e -t P -ben érinti, köztük azt a k^* -ot is, amelynek sugara $r^* = r$, és amely e -nek a k -val ellentétes partján van. Így k' és k^* egymást ugyancsak *kívülről* érintik, tehát az érintkezések és a sugarak egyenlősége folytán a k , k^* és k' -ből álló alakzat tengelyszimmetrikus az $OO^* = OP_1$ szakasz felező merőlegesére.

Nagy Márton (Szombathely, Nagy Lajos g. II. o. t.)

II. megoldás: Képzeldük a feladatot megoldottnak és legyen a fenti jelöléseken túl k és k' érintkezési pontja S . Eszerint k -nak S -beli t érintője k' -t is érinti. Legyen t és e metszéspontja R (ez biztosan létezik, lehetetlen ugyanis, hogy t párhuzamos legyen e -vel, mert különben S a k kör TU átmérőjének U végpontjába esnék, és O' az e -re T -ben és P -ben állított merőlegesek mindegyikén rajta lenne). Ekkor $RT = RS = RP$, mert az R -ből k és k' -höz húzott érintőszakaszok, tehát R felezőpontja TP -nek.

Most már a szerkesztés lépései: R , t , S , majd OS és m félegyenesek metszéseként O' kitűzése, végül O' körül $O'P$ sugárral k' előállítás.

A TU egyenes k -t két félkörívre és a síkot két félsíkra vágja szét. S azon a félköríven és félsíkon van, mint R – ugyanis a $TOSR$ négyszögből $TOS\angle = 180^\circ - TRS\angle < 180^\circ$ –, R viszont ugyanazon a félsíkon van, mint P , ezért az OS félegyenes biztosan metszi m -et. t megrajzolása mellőzhető is, S -et k -ból az R középtől RP sugarú körrel is kimetszhetjük.

Bleyer András (Bp. V., Eötvös J. g. II. o. t.)

Megjegyzés. Hogy S -et a TP átmérőjű kör metszi ki k -ból, azt így is beláthatjuk: legyen a $TOO'P$ trapézban $TOO'\angle = 2a$, ekkor $OO'P\angle = 180^\circ - 2a$, másrészt az OST és $O'SP$ háromszögekből $OST\angle = 90^\circ - \alpha$ és $O'SP\angle = \alpha$, ennél fogva $TSP\angle = 180^\circ - (OST\angle + O'SP\angle) = 90^\circ$, azaz TP látószöge S -ben 90° .

Timár Peregrin (Bp. V., Eötvös J. g. II. o. t.)

III. megoldás: A fenti jelölésekkel S a k és k' körök belső hasonlósági pontja, eszerint rajta van k -n, továbbá rajta van a körök egy-egy, ellentett irányú sugarának végpontjait összekötő egyenesen. Ilyen sugarak $O'P$ és OU , ennél fogva S -et megadja PU és k metszése.

Komlóssy György (Szolnok, Verseyhy F. g. II. o. t.)