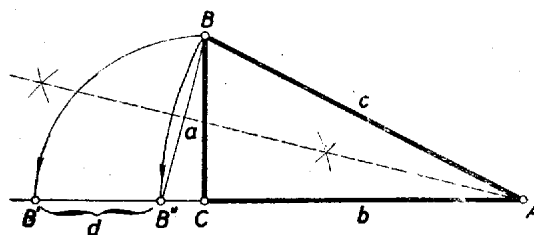


I. megoldás: Képzeljük a feladatot megoldottnak és állítsuk elő az $ABC\triangle$ -nek CA oldalegyenesén az $a+b-c=d$ eltérést (1. ábra).



1. ábra

A B csúcsot C ill. A körül AC -nek C -n túli meghosszabbításába beforgatva $B'C = a$, $B''A = c$, és $B'B'' = B'C + CA - B''A = a + b - c = d$. Most már adataink alapján meghatározhatjuk a B , C , B' , B'' pontok egymáshoz képest elfoglalt helyzetét, és ezekből A -t: C derékszög szárain $CB = CB' = a$ -val kijelöljük B és B' -t, $B'B'' = d$ -vel $B'C$ -n B'' -t (B' -től C felé, mert $AB'' = c < a + b = AB'$) végül a CB' egyenes és BB'' felezőmerőlegesének metszéseként A -t. – Minthogy $AB'' = c > b = AC$, azért a szerkeszthetőség feltétele, hogy B'' a $B'C$ szakasz belsejébe essék, azaz $B'B'' = d < B'C = a$ legyen, ilyenkor egy megoldás van.

Markács István (Pécs, Bányai t. II. o. t.)

II. megoldás: Az $a + b - c = 2(s - c)$ szakasz minden háromszögben annak a távolságnak a kétszeresét adja meg, amennyire az O középpontú beírt körnek a CB ill. CA oldalon levő A' ill. B' érintési pontja van a C csúcstól. Ennek alapján tetszés szerinti adott $BCA \sphericalangle = \gamma$ esetén a $CB = a$ szakasz és γ elhelyezése után a $CA'OB'$ deltoid és vele a beírt kör megszerkeszthető, végül az ehhez B és C -ből húzható második érintők metszéspontja adja A -t. Esetünkben $\gamma = 90^\circ$, a deltoid négyzetté specializálódik és d az érintőkör átmérőjét is megadja.

A B -ből húzható második érintő akkor és csak akkor metszi a CB' egyenest BC -nek a B' -vel ugyanegy oldalán (egyetlen pontban), ha $d = 2\rho < a$.

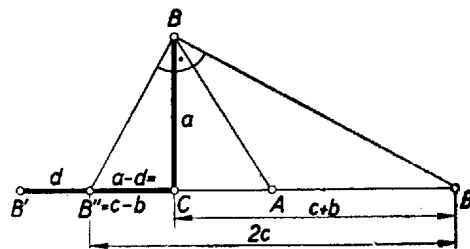
Szekeres Ottó (Pécs, Bányai t. I. o. t.)

III. megoldás: A Pythagoras-tétel szerint:

$$a^2 = c^2 - b^2 = (c - b)(c + b).$$

Itt $a + b - c = d$ -ből $c - b = a - d$, ennélfogva az egyetlen ismeretlen $c + b = e$ valamely mértani közép szerkesztési eljárással egyenesszakaszként megszerkeszthető, és folytatólag a hiányzó oldalak is:

$$c = \frac{(c - b) + (c + b)}{2} = \frac{a - d + e}{2} \quad \text{és} \quad b = \frac{e - a + d}{2}.$$



2. ábra

A 2. ábra kezdő lépései egyeznek az 1. ábráival; a BB'' -re B -ben állított merőleges $B'C$ -n a $B''D = (c - b) + (c + b) = 2c$ szakasz végpontját metszi ki, végül $B''D$ felezőpontjában A -t kapjuk, mert $AC = AB'' - CB'' = c - (c - b) = b$ (vagy $AC = CD - AD = c + b - c = b$).

Török András (Nagykörös, Arany J. g. I. o. t.)

IV. megoldás: Küszöböljük ki az $a + b - d = c$ egyenletből Pythagoras tételével c -t: $a + b - d = \sqrt{a^2 + b^2}$. Innen négyzetreemelés és rendezés után a b oldalra adódó

$$b = \frac{d(2a - d)}{2(a - d)}$$

kifejezés negyedik arányosként szerkeszthető meg.

Dudás József (Bp. XIII., Bolyai J. g. II. o. t.)