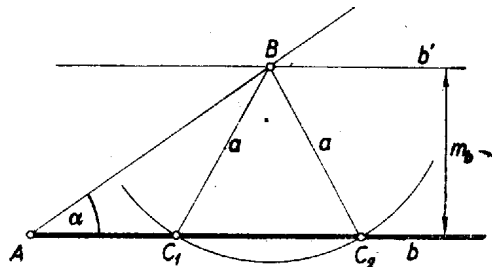


I. megoldás: Jelöljük a keresett háromszöget ABC -vel, az adatokat a, α, m_b -vel és használjuk fel az utóbbiakat az α, m_b, a sorrendben.

A b félegyenesre A végpontjában rámásoljuk α -t. Ennek másik szárát a b -től m_b távolságban fekvő b' párhuzamossal metszve B -t kapjuk, végül C -t a B körüli a sugarú körrel metsszük ki b -ből (1. ábra).



1. ábra

Az adott szögre nyilván fennáll: $0^\circ < \alpha < 180^\circ$. B szerkesztése mindig egyértelmű; C -re és vele a keresett háromszögre a megoldások száma 2, 1, 0 aszerint, hogy a kör hány *belső* pontban metszi a b félegyeneset. (Nem tekintjük ugyanis megoldásnak, ha C egybeesik A -val.) E tekintetben egyrészt α -nak hegyes vagy nem hegyes volta lényeges, másrészt a -nak m_b -hez és a létrejövő AB szakaszhoz való nagyságviszonya. (AB az adatokkal is kifejezhető $\frac{m_b}{\sin \alpha}$ alakban.)

Két megoldás van, ha a $\alpha < 90^\circ$ és $m_b < a < AB$.

Egy megoldás adódik a következő esetekben:

ha $\alpha < 90^\circ$ és $a = m_b$, vagy $a \geq AB$;

ha $\alpha = 90^\circ$ és $a > m_b = AB$;

ha $\alpha > 90^\circ$ és $a > AB$ (ekkor persze $AB > m_b$)

Nincs megoldás,

ha α bármely értéke mellett $a < m_b$;

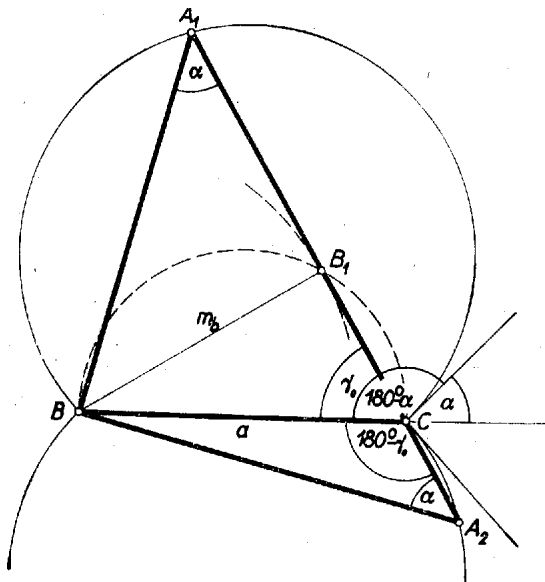
ha $\alpha = 90^\circ$ és $a = m_b$;

ha $\alpha > 90^\circ$ és $a \leq AB$.

Tomcsányi Gyula (Bp. I., Toldy F. g. I. o. t.)

II. megoldás: A $BC = a$ oldal mint átmérő fölötti Thales-félkört B -ből m_b sugárral metszve megkapjuk B -nek CA -n levő B_1 vetületét, továbbá a CB_1 egyenesben az A csúcs egy mértani helyét (ha $m_b = a$, akkor ezt a C -ben CB -re szerkesztett merőleges adja). A -nak másik mértani helye az a körív, amelynek pontjaiból a BC szakasz látószöge α .

E két mértani helynek C -től különböző közös pontjai felelnek meg A gyanánt (2. ábra).



2. ábra

Ha A ilyen pont, akkor az $ABC\triangle$ -ben valóban $BC = a$, $BAC\angle = \alpha$ és a B -ből húzott magasság $BB_1 = m_b$.

B_1 egyértelműen megszerkeszthető, ha $m_b \leq a$. Legyen $BCB_1\angle = \gamma_0$. Mivel a látószög-körívpár tagjaihoz C -ben húzott félérintők CB -vel $180^\circ - \alpha$ szöget zárnak be, azért a CB -hez γ_0 szöggel hajló CB_1 félegyenes akkor metszi a BC -nek vele ugyanegy oldalán levő ívet a C -től különböző A_1 pontban, ha $\gamma_0 < 180^\circ - \alpha$ vagyis

$$(1) \quad \alpha < 180^\circ - \gamma_0.$$

CB_1 -nek C -n túl való meghosszabbítása pedig akkor metszi a másik ívet a C -től különböző A_2 pontban, ha $180^\circ - \gamma_0 < 180^\circ - \alpha$, vagyis

$$(2) \quad \alpha < \gamma_0.$$

Minthogy γ_0 legfeljebb derékszög, azért (1) jobb oldala nagyobb (2)-énél és így

$\alpha < \gamma_0$ esetén (1) és (2) alapján két megoldás van;

$\gamma_0 \leq \alpha < 180^\circ - \gamma_0$ esetén (1) alapján egy megoldás van; végül

$\alpha \geq 180^\circ - \gamma_0$ esetén nincs megoldás.

Mezey Ferenc (Bp. II., Rákóczi F. g. II. o. t.)