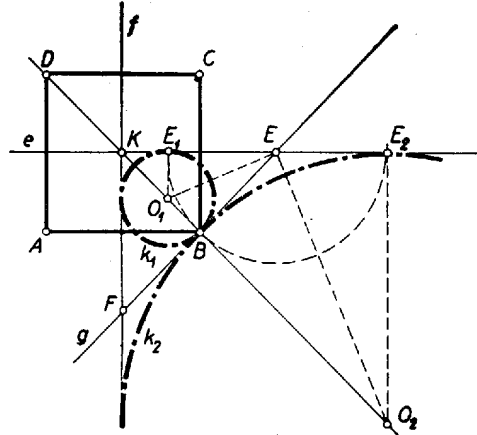


I. megoldás: Haladjon át a keresett k kör a K középpontú $ABCD$ négyzetnek B csúcsán (l. az 1. ábrát).

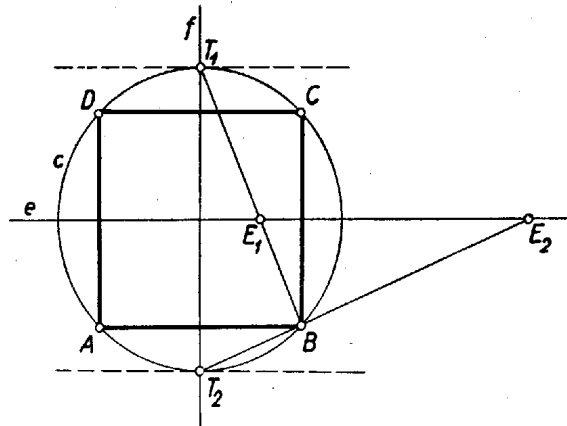


1. ábra

Így az előírt érintések (e és f -nek át nem lépése) és a négyzet tulajdonságai folytán k -nak O középpontja csak a K végpontú KB félegyenesen lehet, mert ez az e és f -vel meghatározott négy szögtartomány közül a B -t tartalmazónak a szögfelezője. Így k -nak a B -hez tartozó átmérője KB -n lesz, és k a B -ben KB -re merőlegesen álló g egyenest is érinti. Másszóval k a $KEF\triangle$ -nek olyan érintőköre, melynek középpontja a K -beli *belső* szögfelezőn van. Ilyen kettő van, O_1 és O_2 középpontjaikat KB -ből akár az E vagy F -nél levő szögek felezőivel kimetszhetjük, akár úgy, hogy az E körüli EB sugarú körnek e -vel való metszéspontjaiban, k_1 és k_2 -nek e -n levő E_1, E_2 érintési pontjaiban megszerkesztjük e -re a merőlegeseket.

Budai Miklós (Bp., II., Rákóczi F. g. I. o. t.)

II. megoldás: A négyzet c körülírt körének középpontja K , így a KB egyenes centrálisa c és k -nak, továbbá c és a keresett k kör B -ben érintkeznek, eszerint B hasonlósági pontjuk, mégpedig *belső* hasonlósági pont, ha k és c kívülről érintik egymást, és *külső*, ha az érintkezés *belső*. Minthogy pedig két kör párhuzamos érintőinek érintési pontjait összekötő egyenesek átmennek a megfelelő hasonlósági ponton, azért e tétel megfordításával az I. megoldás E_1, E_2 pontjainak megszerkesztésére felhasználhatjuk c és f metszéspontjait, a T_1, T_2 pontokat is (1. 2. ábra), mint a c -nek e -vel párhuzamos érintőihez tartozó érintési pontokat.



2. ábra

Ezekkel E_1 -et BT_1 metszi ki, E_2 -t BT_2 .

Mezey Ferenc (Bp., II., Rákóczi F. g. II. o. t.)

III. megoldás: Számítsuk ki a keresett körök r ill. R sugarát, majd e szakaszok megszerkesztése alapján tűzzük ki B -ből O_1 és O_2 -t vagy K -ból E_1 és E_2 -t. Az 1. ábra szerint

$$KB = r(\sqrt{2} + 1) = R(\sqrt{2} - 1),$$

és ezek így is írhatók:

$$r : KB = 1 : (\sqrt{2} + 1), \quad \text{ill.} \quad R : KB = 1 : (\sqrt{2} - 1).$$

A szerkesztést a 3. ábrán mutatjuk be.



Bollobás Béla (Bp. V., Apáczai Csere J. g. I. o. t.)

$$\begin{aligned} r &= \frac{KE + KF - EF}{2} = (\sqrt{2} - 1)KB = KE - KB = KE - EB = KE - EE_1 = KE_1, \\ R &= \frac{KE + KF + EF}{2} = (\sqrt{2} + 1)KB = KE + EB = KE + EE_2 = KE_2. \end{aligned}$$