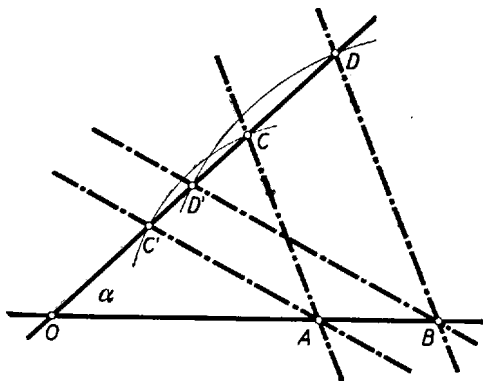


I. megoldás: Képzeljük megoldottnak a feladatot (lásd az 1. ábrát).



1. ábra

A párhuzamos szelők által létesített két háromszög: OAC_{Δ} és OBD_{Δ} hasonlóak, és így a megfelelő oldalak aránya egyenlő:

$$AC : BD = OA : OB.$$

vagyis az $AC + BD = d$ szakaszt $OA : OB$ ismert arányban kell felosztanunk.

A szerkesztés menete tehát: először a d szakaszt felosztjuk a fenti arányban (ez történhet pl. hasonlóság segítségével). Utána az OA -nak megfelelő résszel A -ból, OB -nek megfelelő résszel B -ből rajzolt körívek metszik ki a másik szögszárból a C , ill. D pontot.

Ha az A -ból húzott körív érinti a szög másik szárát (s akkor a B -ből húzott is érinti), a feladatnak csak egy megoldása van. Ez akkor következik be, ha (α -val jelölve az adott szöveget)

$$d = AC + BD = (OA + OB) \sin \alpha.$$

Ha $d < (OA + OB) \sin \alpha$, a feladatnak nincs megoldása.

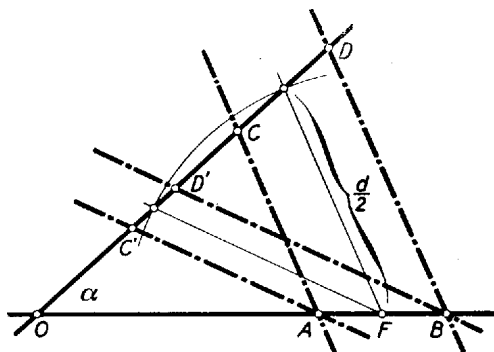
Ha viszont $d > (OA + OB) \sin \alpha$, akkor lehetséges az, hogy a kör egy második metszéspontban is metszi a másik szög szárát, de lehet, hogy csak a csúcson túl a meghosszabbítást metszi. Ha a szög szár meghosszabbításán levő metszéspontokat is elfogadjuk megoldásnak, akkor a feladatnak ez esetben mindig két megoldása van.

A szerkesztés és a megoldhatóság elemzése ugyanígy érvényben marad, ha az α szög tompaszög. (A körív érintésének esetében a kör csak a tompaszög szárának meghosszabbítását érinti, a tompaszöget α -val jelölve ez akkor következik be, midőn $d = (OA + OB) \sin(180^\circ - \alpha) = (OA + OB) \sin \alpha$. Sőt akkor is helyes, ha az A és B pont az egyik szögszáron és meghosszabbításán úgy helyezkednek el, hogy az O pont elválasztja őket.

A feladatot tovább általánosíthatjuk még úgy is, hogy nem két, hanem n pontot adunk meg a szögszáron: $A_1, A_2, \dots, A_n$. Ekkor a d szakaszt az $OA_1 : OA_2 : \dots : OA_n$ arányban n részre kell felosztani s a megfelelő szakaszokkal metszeni a másik szögszárat.

Fejes László (Makó, József A. g. II. o. t.)

II. megoldás: Újabb szerkesztési eljárást adunk arra az esetre, ha az A és B pontokat az O nem választja el. Képzeliük megoldottnak a feladatot (2. ábra).



2. ábra

Az $ABCD$ négyszög trapéz, középvonala a két párhuzamos oldal összegének a fele, vagyis $\frac{d}{2}$ hosszúságú.

Ennek alapján a szerkesztés: az AB szakasz F felezőpontjából $\frac{d}{2}$ sugárral rajzolt kör metszi a másik szögcsúcsát, az F pontot ezzel összekötve a trapéz középvonalát kaptuk meg. A középvonallal A -ból és B -ből húzott párhuzamosok lesznek a keresett egyenesek.

A megoldások számának elemzése ugyanúgy történhet, mint az I. megoldásban.

Hajna János (Pécs, Széchenyi g. II. o. t.)