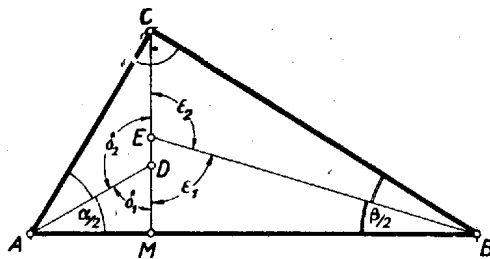


Az ábrán megrajoltuk az ABC derékszögű háromszöget a derékszögű csúcsból húzott CM magassággal és a hegyesszögek szögfelezőivel.



A feladatban megadott $13 : 17$ arány egyaránt vonatkozhat a keletkező szögek közül δ_1 és ε_1 -re, δ_2 és ε_2 -re, δ_1 és ε_2 -re, δ_2 és ε_1 -re.

a) Nézzük azt az esetet, amikor $\delta_1 : \varepsilon_1 = 13 : 17$. (Feltéhetjük, hogy $\delta_1 < \varepsilon_1$, mert a fordított egyenlőtlenségnek a háromszögben a két hegyesszög felcserélése felel meg és ez nem vezet újabb háromszöghöz.)

A keletkezett AMD és BME derékszögű háromszögekben δ_1 az $\frac{\alpha}{2}$ szöget, ε_1 pedig $\frac{\beta}{2}$ -et egészíti ki derékszögre.

Így

$$\delta_1 + \varepsilon_1 = 2 \cdot 90^\circ - \frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{2} = 135^\circ$$

(mivel $\alpha + \beta = 90^\circ$). Ezt kell felosztani $13 : 17$ arányban. 30 egyenlő részre szétosztva δ_1 -re $\frac{135}{30} \cdot 13 = 58,5^\circ$ jut. Így

$$\frac{\alpha}{2} = 90^\circ - \delta_1 = 31,5^\circ,$$

vagyis

$$\alpha = 63^\circ, \quad \text{s akkor} \quad \beta = 27^\circ.$$

b) Vonatkoztassuk a megadott arányt ε_2 -re és δ_2 -re. Ezek a szögek ε_1 -et, illetve δ_1 -et 180° -ra egészítik ki, s így összegük

$$2 \cdot 180^\circ - \delta_1 - \varepsilon_1 = 225^\circ,$$

Ebből az előbbi gondolatmenet szerint haladva $\alpha = 75^\circ$, $\beta = 15^\circ$ adódik.

c) Nézzük azt az esetet, amikor $\delta_1 : \varepsilon_2 = 13 : 17$ (az első szög hegyes, a második tompa). Ekkor a két szög különbsége

$$90^\circ + \frac{\beta}{2} - \left(90^\circ - \frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\alpha + \beta}{2} = 45^\circ.$$

A 45° -ot tehát $17 - 13 = 4$ részre kell osztanunk, ilyen egységből δ_1 -re jut 13, de akkor $\delta_1 = \frac{45^\circ \cdot 13}{4} > 90^\circ$. Ez pedig lehetetlen, hiszen δ_1 hegyesszög. A δ_1 és ε_2 szögekre az arány tehát nem vonatkozhat, s ugyanúgy a δ_2 és ε_1 szögekre sem.

Fekete Jenő (Mosonmagyaróvár, Kossuth g. I. o. t.)

Megjegyzés: A feladat ugyanezzel a gondolatmenettel oldható meg, ha a szóbanforgó szögek aránya más megadott érték.