

**I. megoldás:** A feltétel szerint

$$\beta = \alpha + 3\gamma = 180^\circ - \beta - \gamma + 3\gamma = 180^\circ - \beta + 2\gamma,$$

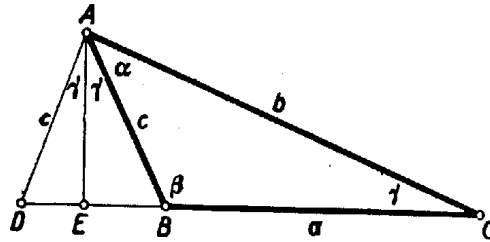
amiből

$$(1) \quad \beta = 90^\circ + \gamma,$$

és így

$$(2) \quad \alpha = 180^\circ - \beta - \gamma = 90^\circ - 2\gamma.$$

(1) szerint a háromszög  $B$ -nél levő szöge tompaszög. Egészítsük ki háromszögünket úgy, hogy  $A$ -ban merőlegest állítunk a  $b$  oldalra (1. ábra).



1. ábra

Messe ez az  $a$  oldalt  $D$ -ben. A  $DAB$  szög nagysága (2) alapján  $2\gamma$ . Ha az  $ADB$  háromszögben meghúzzuk az  $AE$  magasságot, a  $DAE$  szög, mint merőleges szárú szög, szintén  $\gamma$ . Az  $ADB$  háromszög tehát egyenlő szárú, mivel magassága az  $A$ -nál levő  $2\gamma$  nagyságú szöget felezi. Így  $AD = AB = c$ .

A Pythagoras-tételből

$$DC = \sqrt{b^2 + c^2},$$

az ábráról leolvashatóan

$$(3) \quad a = EC - EB = EC - ED.$$

Az  $EC$  és  $ED$  távolságokat kiszámíthatjuk a derékszögű háromszögben érvényes befogók és vetületeik közti összefüggésből:

$$EC = \frac{b^2}{\sqrt{b^2 + c^2}}, \quad ED = \frac{c^2}{\sqrt{b^2 + c^2}}.$$

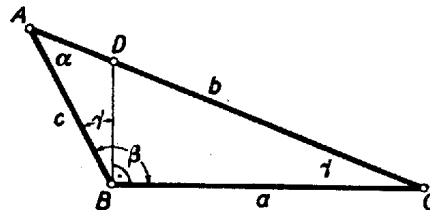
Ezt (3)-ba írva:

$$a = \frac{b^2 - c^2}{\sqrt{b^2 + c^2}}.$$

Ezzel összefüggést találtunk a háromszög oldalai közt.

*Elbert Árpád* (Kaposvár, Közgazd. techn. III. o. t.)

**II. megoldás:** Az előző megoldásban bizonyítottuk, hogy  $\beta = 90^\circ + \gamma$ .



2. ábra

Ha tehát  $B$ -ben az  $a$  oldalra merőlegest állítunk, az így kapott  $ADB$  háromszög  $B$ -nél levő szöge  $\gamma$  (I. a 2. ábrát), s két szögük egyezése miatt:

$$ABC_{\Delta} \sim ADB_{\Delta},$$

ezért (l. az ábra jelöléseit)

$$c : AD = b : c \quad \text{és} \quad c : BD = b : a,$$

amiből

$$AD = \frac{c^2}{b} \quad \text{és} \quad BD = \frac{ac}{b}.$$

De a Pythagoras-tételt alkalmazva  $CBD$  derékszögű háromszögre

$$(b - AD)^2 = a^2 + BD^2,$$

$AD$  és  $BD$  fenti értékeit beírva és  $b^2$ -tel végigszorozva:

$$(b^2 - c^2)^2 = a^2b^2 + a^2c^2 = a^2(b^2 + c^2).$$

Ezzel összefüggést állapítottunk meg a háromszög oldalai közt. (Látható, hogy ugyanazt az összefüggést kaptuk, mint az I. Megoldásban.)

*Endrődy Tamás* (Bp. III., Árpád g. II. o. t.)