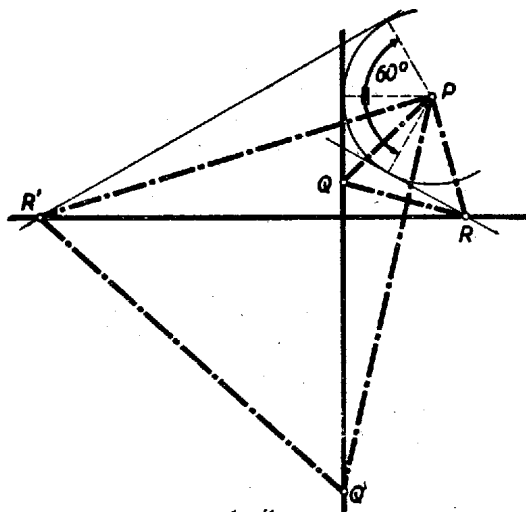


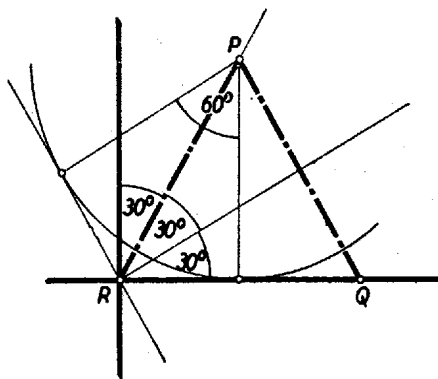
I. megoldás: Ha a megszerkesztendő háromszög egyik, pl. a PQ oldalát P körül 60° -kal elforgatjuk, az átmegy a PR oldalba, mivel a háromszög egyenlő oldalú. Ebből következik egy egyszerű szerkesztési eljárás. A P pont körül a Q pont hordozóját: a derékszög egyik szárát elforgatjuk 60° -kal úgy, hogy messe a másik szárát (a szár elforgatása történhet a szárra bocsátott merőleges segítségével). A metszéspont lesz a háromszög R csúcspontja, a PR oldal ismeretében a háromszög megszerkesztése már könnyen megy.

A derékszög három 30° -os szögtartományra osztható szét. Ha megoldásnak csak a derékszög szárain elhelyezkedő háromszöget engedünk meg, akkor csak az esetben lesz megoldása a feladatnak (mégpedig 1), ha a P pont a derékszög középső 30° -ának szögtartományában helyezkedik el. Ha megengedjük, hogy a háromszög csúcsa a száraz meghosszabbítására is eshet, akkor mindig van megoldás, mégpedig 2, mert a derékszög szárát P körül két irányban forgathatjuk (1. ábra).



1. ábra

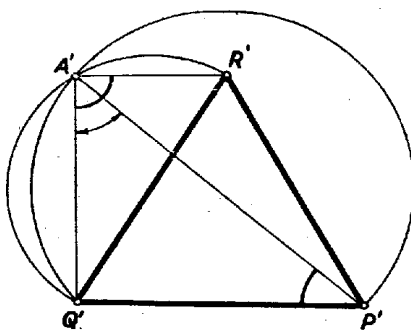
Ha a P a középső szögtartomány egyik szárára esik, a PQR háromszög egy csúcsa épp a derékszög csúcspontja lesz (2. ábra).



2. ábra

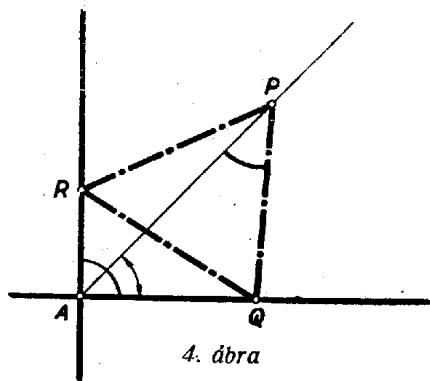
Füle Károly (Bp. V., Apáczai Csere g. II. o. t.)

II. megoldás: A P pont ismeretében egyben ismerjük azokat a szögeket is, amilyen szögekben a szabályos háromszög oldalai látszanak a derékszög A csúcsából, ennek ismeretében pedig pl. a PQ oldalnak az AP egyenessel bezárt szögét szerkeszthetjük meg a következőképpen. (3. ábra)



3. ábra

Egy tetszés szerinti $P'Q'R'$ szabályos háromszög $Q'R'$ oldala mint átmérő fölé rajzoljunk az oldal P' -t nem tartalmazó oldalára félkört, a $P'Q'$ oldal fölé pedig rajzoljuk meg azt a körívet, amelyből az oldal akkora szöget zár be, amekkorát PA a derékszög Q -t tartalmazó szárával. A két körív Q -tól különböző A' metszéspontja, ha létezik, felel meg az adott derékszög A csúcsának. Így AP -re rámérve a P csúcsú $A'P'Q'$ $\triangleleft$ nagyságú szöget, ennek szára kimetszi a derékszög szárából a Q pontot, a PQ -ra a Q -ban szerkesztett 60° -os szög pedig a derékszög másik szárából az R pontot. (4. ábra)



4. ábra

Szerkesztés szerint az APQ és AQR háromszögek hasonlóak a megfelelő vesszős csúcsokkal meghatározott háromszögekhez. Mivel a két háromszög AQ oldala közös, így a PQ és QR oldalak közösek. A köztük levő szög szerkesztés szerint 60° , így a PQR háromszög szabályos.

A két körív akkor metszi egymást, ha a $P'A'Q'$ $\triangleleft$ 30° és 60° közé esik. A szélső esetekben Q' -ben érintik egymást, illetőleg a metszéspont R' -be esik. Ha megengedjük azt is, hogy a csúcsok a szögcsúcs meghosszabbítására essenek, akkor mindkét körívet teljes körré kell kiegészíteni és meg kell rajzolni a $P'Q'$ fölé rajzolt kör tükörképét is. A $Q'R'$ mint átmérő fölé rajzolt körnek ekkor mindkét körrel van Q' -n kívül egy-egy metszéspontja. Így a megoldhatóságra és a megoldások számára kiadódik az az eredmény, amit az előző megoldásban is kaptunk.

Megjegyzés: Mindkét szerkesztés hasonlóképpen alkalmazható, ha *tetszőleges* nagyságú szög szárait illeszkedő háromszöget kell szerkesztenünk.