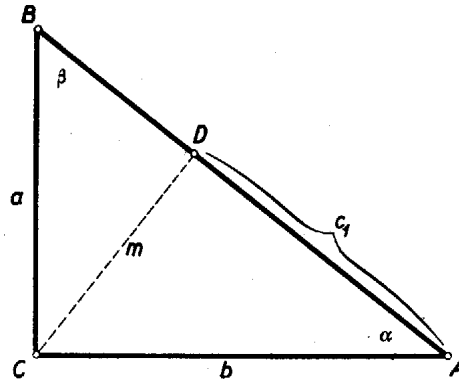


A betűzést az ábra mutatja.



Feltehetjük, hogy $a \leq b$. Mivel $m < a \leq b$, így, ha a magasságokból derékszögű háromszög szerkeszthető, akkor abban az átfogó b lesz. Viszont a b átfogó és az m befogó egyértelműen meghatározza a belőlük szerkeszthető derékszögű háromszöget, és így az $ACD_{\triangle}$ -ből e befogó hossza $AD = c_1$.

Azaz a -ból, b -ből és m -ből akkor és csak akkor szerkeszthető derékszögű háromszög, ha a derékszögű háromszög rövidebbik befogója megegyezik az átfogónak a másik befogó melletti szeletével. Ez a derékszögű háromszögben a mértani közepekre vonatkozó tétel szerint másképp úgy fogalmazható: a hosszabb befogó mértani közepe a rövidebb befogónak és az átfogónak.

Ennek a különleges háromszögnek a szögeit is meghatározhatjuk. Ugyanis $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$, az m, c_1, b oldalú háromszögben $\cos \alpha = \frac{c_1}{a} = \frac{a}{b}$, tehát

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \\ \cos^2 \alpha &= \sin \alpha, \quad 1 - \sin^2 \alpha = \sin \alpha. \end{aligned}$$

A kapott másodfokú egyenletből $\sin \alpha$ -ra csak a pozitív gyök felel meg:

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \approx 0,6180 \\ \alpha &\approx 38^\circ 10' \end{aligned}$$

A másik szög

$$\beta \approx 51^\circ 50'.$$

A magasságvonalakból tehát derékszögű háromszög szerkeszthető, ha α szög sinusa a fenti értékű, azaz a háromszög szögei a fenti nagyságúak.

Balázs János (Bp. V., Eötvös g. II. o. t.)