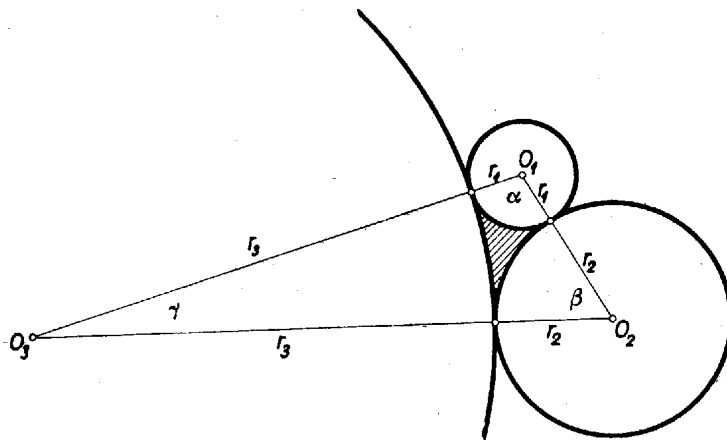


A keresett területet megkapjuk, ha a három kör középpontja által meghatározott háromszög T területéből levonjuk a háromszögbe eső három körcikk területének $t_1 + t_2 + t_3$ összegét (l. az ábrát).



A körközéppontok által meghatározott háromszög oldalai $r_1 + r_2$, $r_2 + r_3$, $r_3 + r_1$, és így Heron képletét alkalmazva

$$T = \sqrt{(r_1 + r_2 + r_3)r_1r_2r_3}.$$

$$t_1 + t_2 + t_3 = \frac{\pi}{360^\circ}(r_1^2\alpha^\circ - r_2^2\beta^\circ - r_3^2\gamma^\circ).$$

A szögeket egyértelműen a cosinus-tétel felhasználásával számíthatjuk ki. Azonban ha tudjuk, hogy pl. $r_1 < r_2 < r_3$, akkor egyszerűbb a két kisebbik (feltétlenül hegyes-)szöget a terület-képletből számítani:

$$\sin \beta = \frac{2T}{(r_2 + r_1)(r_2 + r_3)}, \quad \sin \gamma = \frac{2T}{(r_3 + r_1)(r_3 + r_2)}$$

és a harmadik (esetleg tompa-)szöget egyszerű kivonással meghatározni.

$$\alpha = 180^\circ - (\beta + \gamma).$$

A megfelelő adatok behelyettesítésével:

$$T = \sqrt{(4 + 9 + 36)4 \cdot 9 \cdot 36} = \sqrt{49 \cdot 36^2} = 7 \cdot 36 = 252 \text{ területegység.}$$

$$\sin \beta = \frac{504}{13 \cdot 45} = \frac{56}{65}, \quad \sin \gamma = \frac{504}{40 \cdot 45} = \frac{7}{25}.$$

Négyjegyű log-táblát használva

$$\beta = 59,5^\circ, \quad \gamma = 16,26^\circ, \quad \text{és így} \quad \alpha = 180^\circ - 75,76^\circ = 104,24^\circ,$$

tehát

$$t_1 + t_2 + t_3 = \frac{\pi}{360}(16 \cdot 104,24 + 81 \cdot 59,5 + 1296 \cdot 16,26) =$$

$$= \frac{27560,30\pi}{360} \sim \frac{2756\pi}{36} = 240,5 \text{ területegység.}$$

Tehát a keresett t terület

$$t = T - (t_1 + t_2 + t_3) = 252 - 240,5 = 11,5 \text{ területegység.}$$

Gavajda Pál (Bp. I., Petőfi g. I. o. t.)