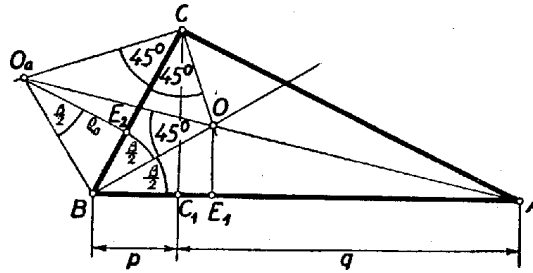


I. megoldás: Jelöljük az O középpontú beírt kör érintési pontját az AB átfogón E_1 -gyel, a $BC = a$ oldalhoz írt O_a középpontú, ϱ_a sugarú kör érintési pontját az a befogón E_2 -vel (1. ábra).



1. ábra

Mivel a feltétel szerint $a < b$, azért az átfogóhoz tartozó CC_1 magasság a BC oldallal 45° -nál kisebb szöget zár be, vagyis $BC_1 = p < BE_1$.

Be fogjuk bizonyítani, hogy $BE_1 = \varrho_a$.

A belső és külső szögfelezők egymásra merőlegesek, azért a $BOCO_a$ négyszög húrnégyszög, és így a kerületi szögek tétele szerint a $BOO_a \angle = BCO_a \angle = 45^\circ$. Tehát az OBO_a derékszögű háromszög egyenlő szárú, vagyis $BO = BO_a$.

Mivel a $BO_a E_2 \angle$ mint merőleges szárú szög egyenlő $\frac{\beta}{2}$ -vel, azért a

$$BOE_1 \triangle \cong BO_a E_2 \triangle$$

amiből következik, hogy

$$BE_1 = O_a E_2 = \varrho_a,$$

és így, mint láttuk

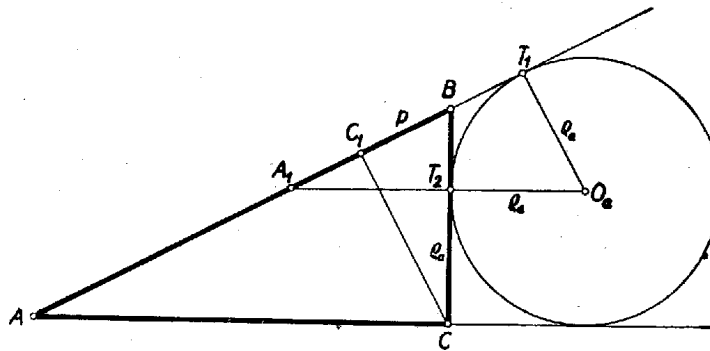
$$p = BC_1 < BE_1 = \varrho_a.$$

Hasonlóképpen

$$\varrho_b = AE_1 < AC_1 = q$$

Hornyánszky Tamás (Bp., VIII., Piarista g. I. o. t.)

II. megoldás: A betűzést a 2. ábra mutatja.



2. ábra

$$(1) \quad ABC \triangle \sim A_1 B T_2 \triangle \sim A_1 O_a T_1 \triangle \sim C B C_1 \triangle.$$

Továbbá

$$A_1 O_a = A_1 T_2 + \varrho_a,$$

$$BC = B T_2 + \varrho_a.$$

Mivel a feltétel szerint $a < b$, azért $B T_2 < A_1 T_2$, tehát $BC < A_1 O_a$, és így (1) utolsó hasonlósága alapján

$$BC_1 = p < O_a T_1 = \varrho_a.$$

Ugyanúgy $b > a$ miatt, b -nek q vetületére nézve

$$q > \varrho_b.$$

Tatai Péter (Bp., XIV., I. István g. II. o. t.)