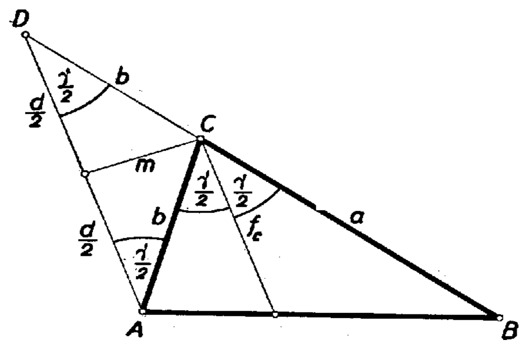
I. megoldás: Messe az A csúcson át az f_c-vel párhuzamosan húzott egyenes a $BC=a$ oldal meghosszabbítását egy D pontban (lásd az ábrát).



A szögekről leolvasható, hogy $CD=CA=b$. Az $ABC_\triangle$ és $ACD_\triangle$ területének aránya $a:b$, mert az A csúcsból kiinduló magasság e két háromszögben közös. Ha a területeket t, ill. t_1-gyel jelöljük, akkor tehát $t:t_1=a:b$, vagyis az $ABC_\triangle$ keresett területe

$$t=\frac{a}{b}t_1.$$

A t_1-et azonban könnyen ki tudjuk fejezni f_c-vel. Legyen az $ACD_\triangle$-ben az AD oldal d, az erre merőleges magasság m, akkor

$$d:f_c=(a+b):a, \qquad \text{vagyis} \qquad d=\frac{(a+b)f_c}{a},$$

másrészt Pythagoras tétele alapján

$$m=\sqrt{b^2-\left(\frac{d}{2}\right)^2}=\sqrt{b^2-\frac{(a+b)^2f_c^2}{4a^2}}=\frac{1}{2a}\sqrt{4a^2b^2-(a+b)^2f_c^2}$$

és így

$$t=\frac{a}{b}\cdot t_1=\frac{a}{b}\cdot\frac{dm}{2}=\frac{a}{b}\cdot\frac{(a+b)f_c}{4a^2}\sqrt{4a^2b^2-(a+b)^2f_c^2}=$$
$$=\frac{(a+b)f_c}{4ab}\sqrt{4a^2b^2-(a+b)^2f_c^2}.$$

Halász Gábor (Bp. II., Rákóczi g. II. o. t.)

II. megoldás: Az f_c szögfelező két háromszögre bontja az $ABC_\triangle$-et, melynek t területe tehát egyenlő e két háromszög területének összegével, vagyis

(1) $$2t=ab\sin\gamma=af_c\sin\frac{\gamma}{2}+bf_c\sin\frac{\gamma}{2}=(a+b)f_c\sin\frac{\gamma}{2}.$$

$\sin\gamma$ helyében $2\sin\frac{\gamma}{2}\cos\frac{\gamma}{2}$-et írva, és $\sin\frac{\gamma}{2}$-vel $\left(\sin\frac{\gamma}{2}\neq 0\right)$

osztva

$$2ab\cos\frac{\gamma}{2}=(a+b)f_c,$$

amiből

(2) $$\cos\frac{\gamma}{2}=\frac{(a+b)f_c}{2ab}.$$

Tehát (1)-ből a keresett t terület (2) figyelembevételével

$$t=\frac{(a+b)f_c}{2}\sqrt{1-\cos^2\frac{\gamma}{2}}=\frac{(a+b)f_c}{2}\sqrt{1-\frac{(a+b)^2f_c^2}{4a^2b^2}}=$$
$$=\frac{(a+b)f_c}{4ab}\sqrt{4a^2b^2-(a+b)^2f_c^2}.$$

Heinemann Irén (Pécs, Leöwey K. lg. I. o. t.)