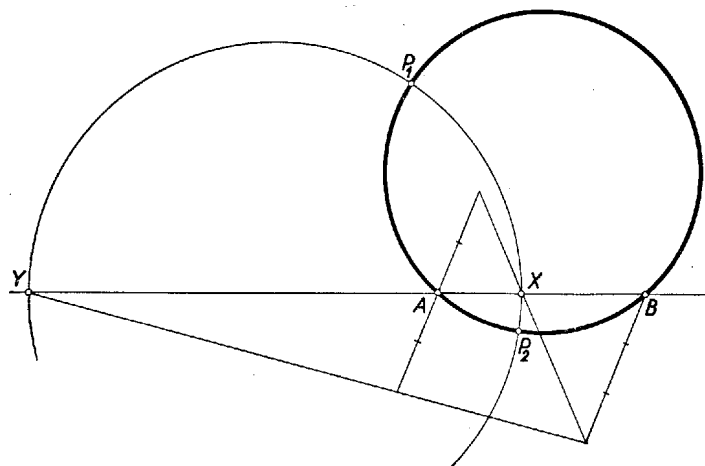


I. megoldás: Azon P pontok mértani helye a síkban, amelyekre nézve $\frac{PA}{PB} = \frac{2}{3}$ egy Apollonius-féle kör, amelynek XY átmérője az AB egyenesen van, ahol $\frac{AX}{XB} = \frac{2}{3}$ és $\frac{AY}{YB} = -\frac{2}{3}$. Az X és Y osztópontokat megszerkesztve (1. ábra), az XY fölé, mint átmérő fölé, rajzolt Apollonius-kör metszi ki az adott körből a keresett P_1 és P_2 pontokat.

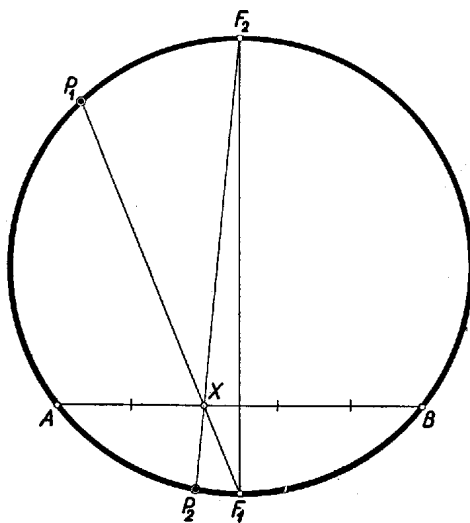


1. ábra

Mivel szükségképpen az A pont X és Y , és az X pont A és B között van, azért mindig van 2, és csakis 2 megoldás.

Bartha László (Balassagyarmat, Balassa g. II. o. t.)

II. megoldás: Ismeretes, hogy a háromszög szögfelezője a szemközti oldalt a szomszédos oldalak arányában osztja. Tehát ha az $APB_\Delta P$ csúcsából kiinduló szögfelező átmegy az AB oldal azon X pontján, amelyre nézve $\frac{AX}{XB} = \frac{2}{3}$, továbbá felezi az $\widehat{AB}$ körívet.



2. ábra

Eszerint a szerkesztés menete: az $\widehat{AB}$ ív felezőpontját összekötjük az öt részre osztott AB szakasznak A -tól számított második osztópontjával, X -szel, az így nyert egyenes metszi ki a körből a keresett P pontot. Mivel két $\widehat{AB}$ ív van, és így két felezőpont is: F_1 és F_2 (2. ábra), azért két megoldás van: P_1 és P_2 .

Simonfai László (Bp. II., Rákóczi g. II. o. t.)

Megjegyzés: Mindkét megoldás természetesen általánosítható arra az esetre, ha az adott arányszám $\frac{2}{3}$ helyett tetszőleges $\frac{m}{n}$.