

(1) a -szorosát vonjuk ki (2)-ből, majd (2) a -szorosát (3)-ból, nyerjük, hogy

$$(4) \quad (b-a)y + (c-a)z = d-a,$$

$$(5) \quad b(b-a)y + c(c-a)z = d(d-a).$$

(4)-nek a c -szeresét, illetve b -szeresét levonva (5)-ből, nyerjük, hogy

$$(b-c)(b-a)y = (d-c)(d-a), \quad \text{ill.} \quad (c-b)(c-a)z = (d-b)(d-a),$$

ahonnan, ha a, b, c különböző számok,

$$y = \frac{(d-a)(d-c)}{(b-a)(b-c)}, \quad z = \frac{(d-a)(d-b)}{(c-a)(c-b)}.$$

(1)-ből (vagy a, b, c és egyidejűleg x, y, z ciklikus felcserélésével)

$$x = \frac{(d-b)(d-c)}{(a-b)(a-c)}.$$

Tehát mindig van egy és csakis egy megoldás, amíg az a, b, c együtthatók között nincs két egyenlő.

Ha legalább két együttható egyenlő, pl. $a = b$, akkor kimutatjuk, hogy csak akkor van megoldás, ha $d = c$, vagy $d = a = b$, és a megoldások száma ez esetben végtelen sok.

Ugyanis bevezetve az $x + y = u$ új ismeretlent, egyenletrendszerünk így alakul:

$$(1') \quad u + z = 1,$$

$$(2') \quad au + cz = d,$$

$$(3') \quad a^2u + c^2z = d^2,$$

(1') a -szorosát vonjuk ki (2)-ből, és (2') a -szorosát (3)-ból:

$$(4') \quad (c-a)z = d-a, \quad \text{illetőleg}$$

$$(5') \quad c(c-a)z = d(d-a).$$

(4') c -szeresét levonva (5')-ből

$$(d-c)(d-a) = 0,$$

tehát megoldás csak akkor létezik, ha $d = c$, vagy $d = a$.

Ebben az esetben is csak z -t és $u = x + y$ -t határozza meg az egyenletrendszer (nem feltétlenül egyértelműen), tehát x mindig tetszőlegesen választható. Pontosabban, ha $c \neq a$, akkor a nyert két lehetőség szerint

$$z = 1, \quad u = x + y = 0, \quad \text{illetőleg} \quad z = 0, \quad u = x + y = 1,$$

ha pedig $a = b = c$, akkor d is ezzel a közös értékkel egyenlő.

Ez esetben csak az

$$x + y + z = 1$$

határozatlan egyenlet marad.

Pödör Bálint (Bp. II., Rákóczi g. II. o. t.)