

I megoldás: Két 4-jegyű szám hányadosa csak 1-jegyű lehet, tehát a kérdéses, hányados 1, 4 vagy 9.

Ha a hányados 1 volna, akkor mindkét négyzetszám $\overline{xyyx}$ alakú volna. Ez azonban osztható 11-gyel, a 11-gyel való oszthatósági szabály szerint. Feltételeinknek tehát csak $33^2 = 1089$, $44^2 = 1936$, $55^2 = 3025$, $66^2 = 4356$, $77^2 = 5929$, $88^2 = 7744$, $99^2 = 9801$ felelhetne meg, de ezek egyike sem $\overline{xyyx}$ alakú.

$\overline{xyzt} = 4 \cdot \overline{tzyx}$ is lehetetlen, mert a baloldal páros négyzetszám lévén csak 0,4 vagy 6-ra végződhetne. Azonban $t \geq 3$ esetén a jobboldal 5 jegyű; $t = 0$ esetén pedig $z = 0$ és így $100\overline{xy} = 4\overline{yx}$, vagyis $996x = -60y$ kellene, hogy fennálljon.

Tehát csak

$$\overline{xyzt} = 9 \cdot \overline{tzyx}$$

jöhet számításba.

Ez esetben $t \geq 2$ esetén a jobboldal már nem négyjegyű, tehát szükségképpen

$$t = 1, \quad \text{és így} \quad x = 9,$$

vagyis

$$9000 + 100y + 10z + 1 = 9(1000 + 100z + 10y + 9),$$

ahonnan

$$y - 89z = 8.$$

Ezen egyenletnek nem negatív egyjegyű egész számokban

$$z = 0, \quad y = 8$$

az egyetlen megoldása.

Feladatunknak tehát csak a 9801, 1089 számpár felelhet meg; az azonban valóban megfelel, mert

$$9801 = 99^2 = 9 \cdot 1089 = 3^2 \cdot 33^2.$$

Szatmáry Zoltán (Bp. VIII., Piarista g. II. o. t.)

II. megoldás: Miután megállapítottuk, hogy a hányados csak 9 lehet, abból következik, hogy a $\overline{tzyx}$ -nek felső határa $\frac{10\,000}{9}$, vagyis

$$1000 < \overline{tzyx} \leq 1111.$$

De 1000 és 1111 közé csak 32-nek és 33-nak négyzete esik. $32^2 = 1024$ nem felel meg, mert 4201 nem négyzetszám, viszont $33^2 = 1089$ megfelel, mert $9801 = 99^2 = 9 \cdot 1089$.

Surányi Gyula (Bp. I., Toldy Ferenc g. II. o. t.)