

I. megoldás: A nevezők 0 értékét ki kell zárni, mert különben egyenletünk értelmetlen. Tehát $2x \pm 1 \neq 0$, azaz $x \neq \pm \frac{1}{2}$;

$$1 - \frac{2x-1}{2x+1} = \frac{2}{2x+1} \neq 0 \quad \text{mindig fennáll;} \quad 2 - \frac{2x-1}{2x+1} = \frac{2x+3}{2x+1} \neq 0,$$

$$\text{azaz } x \neq -\frac{3}{2}, \quad \text{és végül } 3 - \frac{2x-1}{2x+1} = \frac{4x+4}{2x+1} \neq 0, \quad \text{azaz } x \neq -1.$$

E kizárt értékek figyelembe vételével, egyenletünk egyes tagjai a következőképpen alakíthatók át:

A baloldal első tagja:

$$\frac{\frac{2x+1-(2x-1)}{2x-1}}{\frac{2x+1-(2x-1)}{2x+1}} = \frac{\frac{2}{2x-1}}{\frac{2}{2x+1}} = \frac{2x+1}{2x-1}.$$

A baloldal második tagja:

$$\frac{\frac{2x+1-(4x-2)}{2x-1x}}{\frac{4x+2-(2x-1)}{2x+1}} = \frac{\frac{3-2x}{2x-1}}{\frac{2x+3}{2x+1}} = \frac{(2x+1)(3-2x)}{(2x-1)(2x+3)}.$$

A jobboldal:

$$\frac{\frac{2x+1-(6x-3)}{2x-1}}{\frac{6x+3-(2x-1)}{2x+1}} = \frac{\frac{4-4x}{2x-1}}{\frac{4x+4}{2x+1}} = \frac{(2x-1)(4-4x)}{(2x-1)(4x+4)}.$$

Egyenletünk tehát ilyen alakot ölt:

$$\frac{2x+1}{2x-1} + \frac{2x+1}{2x-1} \cdot \frac{3-2x}{2x+3} = \frac{2x+1}{2x-1} \cdot \frac{4-4x}{4x+4}.$$

Tekintve, hogy az $x = \pm \frac{1}{2}$ értékeket kizártuk, $\frac{2x+1}{2x-1}$ 0-tól különböző érték, amellyel egyenletünket osztva, és a jobboldalon 4-gyel egyszerűsítve nyerjük

$$1 + \frac{3-2x}{2x+3} = \frac{1-x}{x+1}.$$

Mivel már feltételeztük, hogy $x \neq -\frac{3}{2}$ és $x \neq -1$, azért a törteket eltüntetve

$$(x+1)(2x+3) + (3-2x)(x+1) = (1-x)(2x+3),$$

vagyis

$$2x^2 + 7x + 3 = 0,$$

amiből

$$x_1 = -3, \quad \left[x_2 = -\frac{1}{2} \right].$$

Ez utóbbi gyököt kizártuk, tehát egyenletünk egyetlen gyöke

$$x_1 = -3.$$

Argay Gyula (Balassagyarmat, Balassi Bálint g. II. o. t.)

II. megoldás: Legyen $\frac{2x-1}{2x+1} = y$. Feltéve, hogy $x \neq \pm \frac{1}{2}$, y -nak van értelme és ez 0-tól különböző érték.

E behelyettesítést végrehajtva, egyenletünk így alakul:

$$\frac{\frac{1}{y} - 1}{1 - y} + \frac{\frac{1}{y} - 2}{2 - y} = \frac{\frac{1}{y} - 3}{3 - y},$$

vagyis

$$(1) \quad \frac{1-y}{y} \cdot \frac{1}{1-y} + \frac{1-2y}{y} \cdot \frac{1}{2-y} = \frac{1-3y}{y} \cdot \frac{1}{3-y}.$$

Az $y = 1$, $y = 2$ és $y = 3$ értékeket kizárva, ami megfelel az I. megoldásban kizárt értékeknek, (1)-et y -nal szorozva

$$1 + \frac{1-2y}{2-y} = \frac{1-3y}{3-y}.$$

A törteket eltávolítva

$$(2-y)(3-y) + (1-2y)(3-y) = (1-3y)(2-y),$$

vagyis

$$5y = 7,$$

ahonnan

$$y = \frac{2x-1}{2x+1} = \frac{7}{5}.$$

Innen

$$x = -3.$$

Könyves Tóth Pál (Bp. V., Eötvös g. II. o. t.)