I. megoldás: Jelöljük kifejezésünket N-nel. Szorozzuk az első két tag öszegét $(a+b)=1$-gyel:

$$\begin{aligned}N&=(a^3+b^3)(a+b)+3a^3b+3ab^3+6a^2b^2(a+b)=\\&=a^4+a^3b+ab^3+b^4+3a^3b+3ab^3+6a^2b^2=\\&=a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4=(a+b)^4=1.\end{aligned}$$

Pak To Ha (Pécs, Bányaip. techn. II. o. t.)

II. megoldás: Mindig figyelembe véve, hogy $a+b=1$,

$$\begin{aligned}N&=a^3+b^3+3ab(a^2+b^2)+6a^2b^2(a+b)=\\&=a^3+b^3+3ab(a^2+b^2)+6a^2b^2=a^3+b^3+3ab(a^2+2ab+b^2)=\\&=a^3+b^3+3ab(a+b)^2=a^3+b^3+3ab(a+b)=\\&=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3=(a+b)^3=1.\end{aligned}$$

Tóth László (Miskolc, Vill. energia ip. techn. II. o)

III. megoldás: Szem előtt tartva, hogy $a+b=1$,

$$\begin{aligned}N&=a^3+b^3+3a^3b+3ab^3+6a^2b^2(a+b)=\\&=a^3+b^3+3a^3b+3ab^3+3a^2b^2+3a^2b^2=\\&=a^3+b^3+3a^2b(a+b)+3ab^2(a+b)=(a+b)^3=1.\end{aligned}$$

Cserteg István (Bp. VIII., Széchenyi g. II. o. t.)

IV. megoldás: Kifejezésünk így is írható

$$\begin{aligned}N&=(a+b)(a^2-ab+b^2)+3ab(a^2+b^2)+6a^2b^2(a+b)=\\&=a^2-ab+b^2+3ab(a^2+b^2)+6a^2b^2=\\&=a^2-ab+b^2+3ab(a^2+2ab+b^2)=\\&=a^2-ab+b^2+3ab(a+b)^2=a^2-ab+b^2+3ab=\\&=a^2+2ab+b^2=(a+b)^2=1.\end{aligned}$$

Décsey Julianna (Karcag, Gábor Áron g. II. o. t.)