

**I. megoldás:** Jelöljük kifejezésünket  $N$ -nel. Szorozzuk az első két tag összegét  $(a + b) = 1$ -gyel:

$$\begin{aligned} N &= (a^3 + b^3)(a + b) + 3a^3b + 3ab^3 + 6a^2b^2(a + b) = \\ &= a^4 + a^3b + ab^3 + b^4 + 3a^3b + 3ab^3 + 6a^2b^2 = \\ &= a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4 = (a + b)^4 = 1. \end{aligned}$$

*Pak To Ha* (Pécs, Bányaip. techn. II. o. t.)

**II. megoldás:** Mindig figyelembe véve, hogy  $a + b = 1$ ,

$$\begin{aligned} N &= a^3 + b^3 + 3ab(a^2 + b^2) + 6a^2b^2(a + b) = \\ &= a^3 + b^3 + 3ab(a^2 + b^2) + 6a^2b^2 = a^3 + b^3 + 3ab(a^2 + 2ab + b^2) = \\ &= a^3 + b^3 + 3ab(a + b)^2 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b) = \\ &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a + b)^3 = 1. \end{aligned}$$

*Tóth László* (Miskolc, Vill. energia ip. techn. II. o)

**III. megoldás:** Szem előtt tartva, hogy  $a + b = 1$ ,

$$\begin{aligned} N &= a^3 + b^3 + 3a^3b + 3ab^3 + 6a^2b^2(a + b) = \\ &= a^3 + b^3 + 3a^3b + 3ab^3 + 3a^2b^2 + 3a^2b^2 = \\ &= a^3 + b^3 + 3a^2b(a + b) + 3ab^2(a + b) = (a + b)^3 = 1. \end{aligned}$$

*Cserteg István* (Bp. VIII., Széchenyi g. II. o. t.)

**IV. megoldás:** Kifejezésünk így is írható

$$\begin{aligned} N &= (a + b)(a^2 - ab + b^2) + 3ab(a^2 + b^2) + 6a^2b^2(a + b) = \\ &= a^2 - ab + b^2 + 3ab(a^2 + b^2) + 6a^2b^2 = \\ &= a^2 - ab + b^2 + 3ab(a^2 + 2ab + b^2) = \\ &= a^2 - ab + b^2 + 3ab(a + b)^2 = a^2 - ab + b^2 + 3ab = \\ &= a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 = 1. \end{aligned}$$

*Décsey Julianna* (Karcag, Gábor Áron g. II. o. t.)