

Egyenletünk így is írható

$$(1) \quad (x - y)(x + y) = a^2.$$

I) Ha  $a$  páratlan, akkor válasszuk az  $x$  és  $y$  pozitív egész számokat úgy, hogy

$$\begin{aligned} x - y &= 1, \\ x + y &= a^2. \end{aligned}$$

Ezen egyenletrendszerből adódó

$$x = \frac{a^2 + 1}{2} \quad \text{és} \quad y = \frac{a^2 - 1}{2}$$

értékek mindig pozitív egész számok, ha  $a$  1-nél nagyobb páratlan szám.

II) Ha  $a$  páros, akkor  $a^2$  (1) alapján a következőképpen bontható fel tényezőkre

$$\begin{aligned} x - y &= 2, \\ x + y &= \frac{a^2}{2}, \end{aligned}$$

amiből

$$x = \frac{a^2 + 4}{4} \quad \text{és} \quad y = \frac{a^2 - 4}{4}$$

Mivel  $a$  páros, azért  $a^2$  4-gyel osztható, és így mind  $x$ , mind  $y$  pozitív egész szám, hacsak a páros  $a > 2$ .

Mint hogy  $a$ -ra nézve minden lehetséges esetet tekintetbe vettünk, tételünket bebizonyítottuk.

*Bayer Márta* (Bp. XX., Bagi Ilona leányg. I. o. t.)

*Megjegyzés:* Az egyenletnek általában nemcsak az itt megadott, egy megoldása van. Mindig pozitív egész  $x$  és  $y$  gyököket nyerünk, ha  $a^2$ -et két egymástól különböző és egyező párosságú tényezőre bontjuk és ezek kisebbikét választjuk  $x - y$ -nak, a nagyobbikat pedig  $x + y$ -nak.