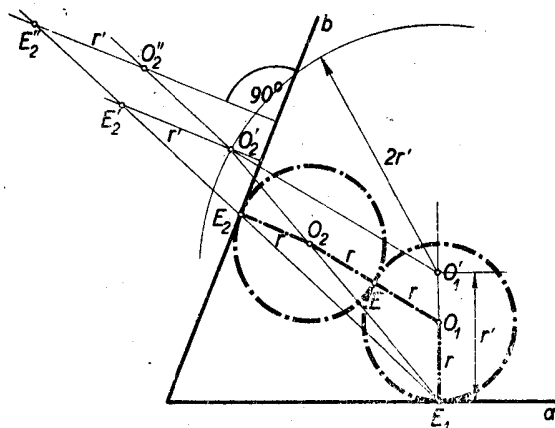


Mindenekelőtt észrevevesszük, hogy a feladatnak 4-féle megoldása lehet. Ugyanis, ha azt a félsíkot, amely a szög szárának ugyanarra az oldalára esik, mint a másik szögcszár, a szögcszár belső oldalának a másik oldalát pedig külső oldalnak nevezzük, akkor a keresett körök O_1 és O_2 középpontjai a következőképpen helyezkedhetnek el: 1. O_1 és O_2 a belső oldalakon – 2. O_1 a belső, O_2 a külső oldalon – 3. O_2 a belső és O_1 a külső oldalon – 4. O_1 és O_2 a külső oldalakon.

Tekintsük az 1. esetet megoldottnak. A betűzést az 1. ábra mutatja.



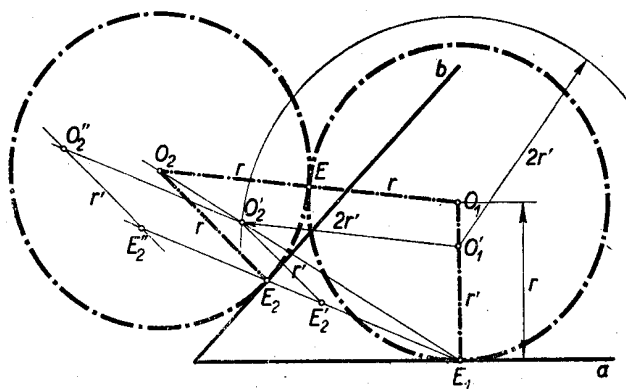
1. ábra

Az O_1 és O_2 kör középpontok megszerkesztéséről van szó, ami egyértelmű azzal, hogy az $E_1O_1O_2E_2$ tört vonalat, ill. négyszöget kell megszerkeszteni. Ezt közvetlenül megszerkeszteni nem tudjuk (egy kiegészített idom Apollonius-féle kör felhasználásával meglehetősen komplikáltan szerkeszthető), de egyszerűen szerkeszthető egy hasonló (és egyben hasonló fekvésű) négyszög. Válasszuk hasonlósági centrumnak az E_1 pontot. A feladat értelmében $E_1O_1 : O_1O_2 : O_2E_2 = 1 : 2 : 1$, továbbá $E_1O_1 \perp a$ és $E_2O_2 \perp b$.

A szerkesztés menete: az E_1 -ben a -ra emelt merőlegesre mérjük fel a belső oldalra egy tetszőleges $r' = E_1O'_1$ távolságot. Ugyanezt a távolságot mérjük fel E_1E_2 egyenesnek egy tetszőleges E_2 pontjából, e pontból a b -re bocsátott merőlegesre b belső oldala által meghatározott irányban: $E''O''_2 = r'$. Ez utóbbi távolságot E_1E_2 mentén önmagával párhuzamosan eltoljuk addig, amíg az O''_2 rá nem esik az O'_1 köré rajzolt $2r'$ sugarú körre. Jelöljük az O''_2 -n át E_1E_2 -vel húzott párhuzamos metszéspontját az említett körrel O'_2 -vel, akkor $E_1O'_1O'_2E'_2$ a hasonló és hasonló fekvésű négyszög.

Az $E_1O'_2$ hasonlósági sugár metszi ki az E_2 -ben b -re emelt merőlegesből az O_2 pontot. $E_2O_2 = r$.

Aszerint, amint az r' távolságot az a és b különböző oldalára mérjük, összesen 4 megoldást kapunk.



2. ábra

A 2. ábrán bemutatunk (kissé módosított felvételen) egy második megoldást (O_1 belül, O_2 kívül). Ugyanígy szerkeszthető a 3. és 4. megoldás is.