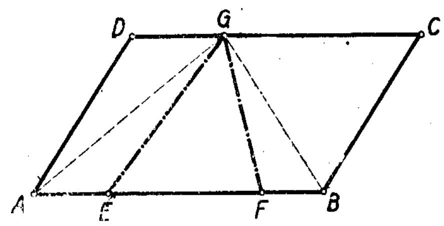
Elegendő azokat a háromszögeket vizsgálnunk, amelyeknek mindhárom csúcsa a paralelogramma kerületére esik. Ellenkező esetben a háromszöghöz hozzáírható olyan – az eredetinél kisebb területű – paralelogramma, amelynek oldalai a háromszög csúcsain mennek át.

a) A háromszög két csúcsa ugyanarra a paralelogramma-oldalra esik. A betűzést az 1. ábra mutatja.



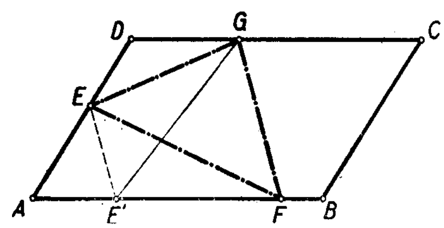
1. ábra

Ha EF az AB oldalra esik, akkor elég azt az esetet tekinteni, amikor a harmadik csúcspont G a szemközti CD oldalon van, mert minden egyéb esetben az EF oldalhoz tartozó magasság kisebb az AB oldalhoz tartozó m paralelogramma-magasságnál. De ha G a CD oldalon van, akkor az $EFG\triangle$ az $ABG\triangle$ egy része és így – a paralelogramma területét T-vel jelölve

$$t_{EFG} \geq t_{ABG} = \frac{AB \cdot m}{2} = \frac{T}{2}.$$

Egyenlőség jele akkor érvényes, ha $EF \equiv AB$.

b) A háromszög csúcspontjai különböző oldalakon vannak (2. ábra).



2. ábra

Ez esetben mindig van egy paralelogramma–oldal (2. ábrában a BC), amelyen nincs háromszögcsúcs. Ezen oldallal szemközti oldalon fekvő E csúcspontot FG-vel párhuzamosan eltoljuk, amíg az eltolt E' nem kerül az AB (vagy CD) oldalra. (Ha $FG \parallel AD$, akkor $E' \equiv A$ vagy $E' \equiv D$.) Az $E'FG\triangle$ területe természetesen megegyezik az $EFG\triangle$ területével; ezzel ezt az esetet visszavezettük az *a)* esetre.

Bartha Gyöngyi (Bp. VIII., Apáczai Csere J. g. II. o. t.)