

Egyenletünknek akkor van értelme, ha

$$(1) \quad x + y - z \neq 0, \quad x - y + z \neq 0, \quad -x + y + z \neq 0, \quad x + y + z \neq 0.$$

Egyenletünk így is írható

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{z + (x - y)} + \frac{1}{z - (x - y)} \right) + \left(\frac{1}{(x + y) - z} - \frac{1}{(x + y) + z} \right) = \\ & = \frac{2z}{z^2(x - y)^2} + \frac{2z}{(x + y)^2 - z^2} = 0 \end{aligned}$$

A baloldal két tagját közös nevezőre hozva

$$\begin{aligned} & 2z \cdot \frac{x^2 + 2xy + y^2 - z^2 + z^2 - x^2 + 2xy - y^2}{\left[z^2 - (x - y)^2 \right] \left[(x + y)^2 - z^2 \right]} = \\ & = \frac{8xyz}{\left[z^2 - (x - y)^2 \right] \left[(x + y)^2 - z^2 \right]} = 0. \end{aligned}$$

Mivel (1) alapján a nevező mindenkor 0-tól különböző véges mennyiség, azért

$$(2) \quad xyz = 0.$$

Ha $x = 0$, (1) alapján $y + z \neq 0$, $y - z \neq 0$, vagyis $y \neq \pm z$. Ugyanaz áll $y = 0$, ill. $z = 0$ esetén is. Összefoglalva tehát kimondhatjuk, hogy egyenletünk összes megoldásai: az egyik ismeretlen szükségképpen 0, a másik kettő ugyanakkor két tetszőleges – abszolút értékre különböző – szám.

Szabados József (Bp., III., Árpád g. II. o. t.)