

Tegyük fel, hogy $1 \text{ m} = 1000 \text{ mm}$ szakasz befedésére x db 10 fillérest és y db 50 fillérest használunk fel. Tehát a

$$(1) \quad 19x + 22y = 1000$$

és

$$(2) \quad x + y \geq 50$$

feltételeket kell pozitív egész számokkal kielégíteni.

(1)-ből

$$x = \frac{1000 - 22y}{19} = 52 - y + \frac{12 - 3y}{19} = 52 - y + 3t,$$

ahol $19t = 4 - y$, vagyis

$$y = 4 - 19t,$$

és így

$$\begin{aligned} x &= 52 - 4 + 19t + 3t = 48 + 22t, \\ x + y &= 52 + 3t. \end{aligned}$$

Tehát

$$(3) \quad 48 + 22t > 0,$$

$$(4) \quad 4 - 19t > 0,$$

$$(5) \quad 52 + 3t \geq 50.$$

$$(3)\text{-ből } t > -\frac{24}{11}, (4)\text{-ből } t < \frac{4}{19}, (5)\text{-ből } t > -\frac{2}{3}.$$

Mindhárom egyenlőtlenséget csak a $t = 0$ érték elégíti ki, tehát

$$x = 48, \quad y = 4.$$

52 pénzdarabbal – melyek közül 48, ill. 4 egyenlő – kell a szakaszt beborítani. Minden egyes lefedés ezen elemeknek egy ismétléses permutációja, tehát az összes lehetséges lefedések száma

$$P_{52}^{(48,4)} = \frac{52!}{48!4!} = \frac{52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 13 \cdot 17 \cdot 25 \cdot 49 = 270\,725.$$

Úgy is okoskodhatunk, hogy a 4, (ill. 48) elem helye 52 elemnek egy-egy 4-edosztályú (ill. 48-ad osztályú) kombinációja. Általában

$$P_n^{(k,n-k)} = C_n^k = C_n^{n-k}.$$

Ujjady István (Kecskemét, Piarista g. I. o. t.)