

Jelöljük az egyenlet baloldalán lévő tört számlálóját  $A$ -val, nevezőjét  $B$ -vel, a jobboldalon álló kifejezést  $C$ -vel.

$$A = x^2 + 3x - 12 + 20x - 4 + 8x + x^2 - 2x + 1 = 2x^2 + 29x - 15,$$

$$B = -\frac{4}{3}x + 1 + \frac{5}{2}x + 3 - x - \frac{1}{6}x = 4,$$

$$C = \frac{x^2}{2} + 3x - 3x^2 + 12x + 6x^2 - 10x - 10x = \frac{7}{2}x^2 - 5x.$$

Tehát egyenletünket a következő egyszerűbb alakra hoztuk:

$$\begin{aligned}\frac{2x^2 + 29x - 15}{4} &= \frac{7}{2}x^2 - 5x, \\ 2x^2 + 29x - 15 &= 14x^2 - 20x, \\ 12x^2 - 49x + 15 &= 0,\end{aligned}$$

amiből

$$x_1 = \frac{49 + 41}{24} = \frac{90}{24} = \frac{15}{4}, \quad x_2 = \frac{49 - 41}{24} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}.$$

Csak olyan átalakításokat végeztünk, amelyek az egyenletek egyenértékűségét meghagyták, tehát a kapott gyökök kell, hogy kielégítsék az eredeti egyenletet. Erről behelyettesítéssel is meggyőződhetünk.

Tegyünk  $x$  helyébe  $\frac{15}{4}$ -et:

$$\begin{aligned}A &= \frac{15}{4} \left( \frac{15}{4} + 3 \right) - 4 \left\{ 3 - \left[ \frac{75}{4} - \left( 1 - \frac{30}{4} \right) \right] - \frac{\left( \frac{15}{4} - 1 \right)^2}{4} \right\} = \frac{15}{4} \cdot \frac{27}{4} - \\ -4 \left\{ 3 - \left[ \frac{75}{4} + \frac{26}{4} \right] - \frac{1}{4} \left( \frac{11}{4} \right)^2 \right\} &= \frac{405}{16} - 12 + 101 + \frac{121}{16} = \frac{263}{8} + 89 = \\ &= \frac{263 + 712}{8} = \frac{975}{8}.\end{aligned}$$

$$B = 4 \text{ minden } x\text{-re. Tehát a baloldal } \frac{A}{B} = \frac{975}{32}.$$

Az egyenlet jobboldala

$$\begin{aligned}C &= \frac{15}{8} \left( \frac{15}{4} + 6 \right) \left\{ -\frac{15}{4} \left[ -3 \left( \frac{15}{4} - 4 \right) + 2 \left( 3 \cdot \frac{15}{4} - 5 \right) - 10 \right] \right\} = \\ &= \frac{15}{8} \cdot \frac{39}{4} + \frac{15}{4} \left[ \frac{3}{4} + \frac{50}{4} - \frac{40}{4} \right] = \frac{585}{32} + \frac{15}{4} \cdot \frac{13}{4} = \frac{585 + 390}{32} = \frac{975}{32}.\end{aligned}$$

$x_2 = \frac{1}{3}$  behelyettesítése:

$$\begin{aligned}A &= \frac{1}{3} \left( \frac{1}{3} + 3 \right) - 4 \left\{ 3 - \left[ \frac{5}{3} - \left( 1 - \frac{2}{3} \right) \right] - \frac{\left( \frac{1}{3} - 1 \right)^2}{4} \right\} = \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{10}{3} - 4 \left\{ 3 - \frac{4}{3} - \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{9} \right\} = \frac{10}{9} - 4 \cdot \frac{14}{9} = -\frac{46}{9},\end{aligned}$$

és mivel  $B = 4$ , azért a baloldal  $\frac{A}{B} = -\frac{23}{18}$ .

$$\begin{aligned}C &= \frac{1}{6} \left( \frac{1}{3} + 6 \right) - \left\{ -\frac{1}{3} \left[ -3 \left( \frac{1}{3} - 4 \right) + 2 \left( 3 \cdot \frac{1}{3} - 5 \right) - 10 \right] \right\} = \\ &= \frac{1}{6} \cdot \frac{19}{3} + \frac{1}{3} [11 - 8 - 10] = \frac{19 - 42}{18} = -\frac{23}{18},\end{aligned}$$

azaz ez a gyök is kielégíti az egyenletet.