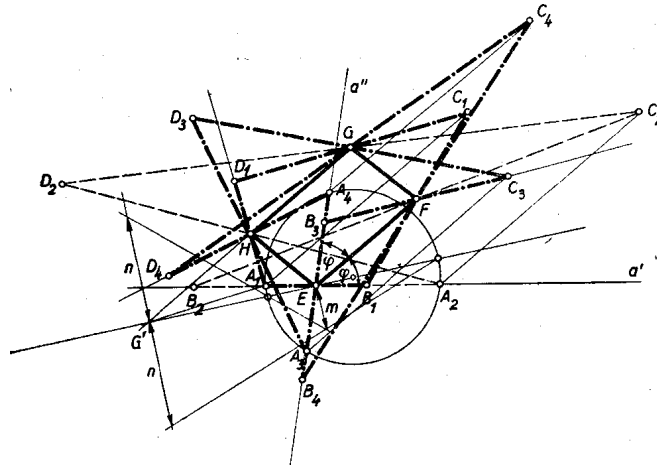


Képzeljük a feladatot megoldottnak. A betűzést az ábra mutatja, melyben tekintsük az $A_1B_1C_1D_1$ megoldást.



Az adott E, F, G oldalfelező pontok egyértelműen meghatározzák a negyedik oldalfelező pontot, a H -t is, mert ismeretes, hogy $EFGH$ paralelogramma. E paralelogramma oldalai párhuzamosak az átlókkal. Tehát $EF \parallel AC$, és így az E csúcsponton átmenő és EF -fel adott φ szöget bezáró a' egyenes az AB négyszögoldal hordozója.

Tükrözzük a D_1G szakaszt a H ponton át. Akkor az így nyert A_1G' szakaszcól tudjuk, hogy $A_1G' \parallel D_1G$. A keletkezett $G'EA_1\Delta$ -ben $A_1E : A_1G' = A_1E : D_1G = A_1B_1 : C_1D_1 = q$.

Ha a q viszonyszámot két adott szakasz: m és n arányával $\left(q = \frac{m}{n}\right)$ képzeljük megadva, akkor az A_1 pont rajta van a $G'E$ szakaszhoz tartozó azon Apollonius-körön, melynek A pontjaira nézve $AE : AG' = m : n$.

A szerkesztés menete tehát: kiindulunk a megadott $EFGH$ paralelogrammából. Megszerkesztjük az E ponton át az AB oldal hordozóját, amely az EF egyenessel az adott φ szöget zárja be. Ha $\varphi \neq 90^\circ$, akkor két ilyen egyenes van: a' és a'' . A G pontnak a H -ra vonatkozó G' tükröképét összekötjük az E ponttal. A $G'E$ egyenesen megszerkesztjük az adott m és n szakaszok felhasználásával a fent említett Apollonius-kör átmérőjét és középpontját. (Az ábrában betűzetlen nullkörök.) Az így megszerkesztett Apollonius-kör metszi ki az a' és a'' egyenesekből a keresett A_1A_2 ill. A_3A_4 csúcspontokat, amelyeknek birtokában a másik 3 csúcspont megszerkesztése esetről-esetre tükrözéssel már triviális.

A megoldások száma (ha $\varphi \neq 90^\circ$) tehát 4, 3, 2, 1 vagy 0 aszerint, amint az Apollonius-kör az a' és a'' egyeneseket 2–2 különböző, 2 különböző és 2 egybeeső, 2–2 egybeeső pontban metszi, vagy pedig az egyik egyenest nem metszi és ugyanakkor a másik egyenest 2 különböző, 2 egybeeső pontban, vagy nem metszi. Ha $\varphi = 90^\circ$, akkor $a' = a''$ és a megoldások száma: 2, 1, vagy 0.

A megoldások között lehetnek konvex négyszögek ($A_1B_1C_1D_1$), konkáv négyszögek ($A_3B_3C_3D_3$ és $A_4B_4C_4D_4$) és hurkolt négyszögek is ($A_2B_2C_2D_2$).

Megjegyzés: Az Apollonius-kör felhasználása helyett az AEG' háromszögek hasonlósági transzformáció segítségével is szerkeszthetők.