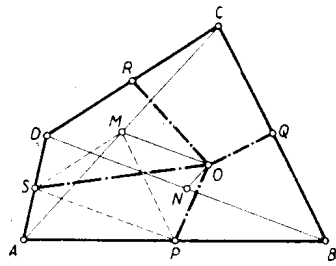


I. megoldás: A betűzést az 1. ábra mutatja. Jelöljük az adott $ABCD$ négyszög területét T -vel. Az $APMS$ négyszög nem egyéb, mint az $ABCD$ négyszögnek $2 : 1$ arányú kicsinyítése az A pontból, mint külső hasonlósági centrumból így területe $t_{APMS} = \frac{T}{4}$. De $t_{APMS} = t_{APOS}$, mivel az $APS\Delta$ mindkét négyszögnek közös része és

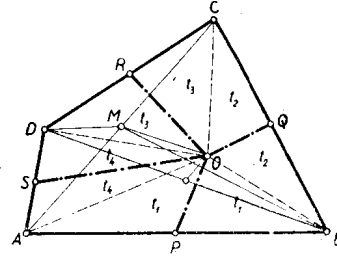
$$t_{SPM} = t_{SPO},$$

mert a közös SP oldalhoz tartozó magasságok egyenlők, mivel $MO \parallel BD \parallel SP$. Tehát $t_{APOS} = \frac{T}{4}$. Ugyanez kimutatható, hasonlóképpen a többi 3 résznégyszögre nézve is, és így tételünket bebizonyítottuk.

Török Ferenc (Bp., VI. Kölcsey g. II. o. t.)



1. ábra



2. ábra

II. megoldás: Mivel BM és DM súlyvonalak felezik az $ACB\Delta$ ill. $ACD\Delta$ területét (2. ábra), azért a BMD törtvonal felezi az $ABCD$ négyszög területét vagyis

$$t_{ABMD} = t_{DMBC} = \frac{T}{2}.$$

De t_{ABMD} nem változik, ha az M pontot a BD átlóval párhuzamosan eltoljuk O -ba, vagyis

$$(1) \quad t_{ABOD} = t_{DOBC} = \frac{T}{2},$$

és hasonlóképpen

$$(2) \quad t_{ABCO} = t_{AOCD} = \frac{T}{2}.$$

Az OP , OQ , OR , OS súlyvonalak rendre felezik az $ABO\Delta$, $BCO\Delta$, $CDO\Delta$ és $DAO\Delta$ területét. Jelölhetjük az így keletkezett részháromszögek területét rendre t_1 -, t_2 -, t_3 - és t_4 -gyel.

Elég bebizonyítani, hogy $t_1 = t_3$ és $t_2 = t_4$, mert ebből már következik, hogy $t_1 + t_2 = t_2 + t_3 = t_3 + t_4 = t_4 + t_1$, vagyis, hogy bármely két szóbanforgó résznégyszög egyenlő.

$$(3) \quad (1) \text{ alapján } 2t_1 + 2t_4 = 2t_2 + 2t_3,$$

$$(4) \quad (2) \text{ alapján } 2t_1 + 2t_2 = 2t_3 + 2t_4.$$

(3) és (4) összeadásából

$$4t_1 + 2(t_2 + t_4) = 4t_3 + 2(t_2 + t_4),$$

vagyis

$$t_1 = t_3.$$

(3) vagy (4)-ben t_3 helyébe t_1 -et írva, nyerjük, hogy

$$t_2 = t_4.$$

Bakó László (Debrecen, Ref. g. II. o. t.)