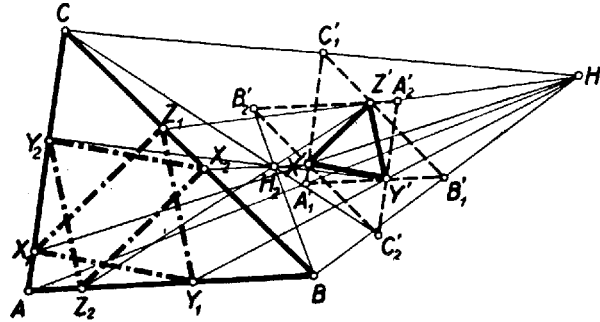
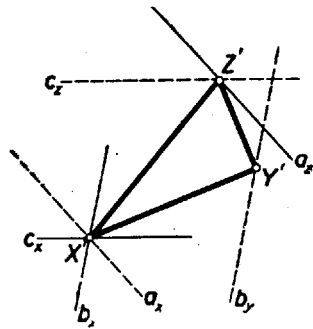


Feltételezzük, hogy az adott két háromszögnek nincsenek párhuzamos oldalai. Az $X'Y'Z'_\Delta$ csúcspontjain át húzunk az ABC_Δ a , b és c oldalaival párhuzamos egyeneseket. Minden csúcspontra 3 ilyen párhuzamos egyenes megy át: a_x, b_x, c_x ; a_y, b_y, c_y ; a_z, b_z, c_z . Olyan háromszöget, amelynek egy-egy oldalán vannak az $X'Y'Z'$ pontok (és nem a csúcspontokon) csak azok az a, b, c hármasok alkotnak, amelynek indexei az x, y, z elemeknek egy permutációja: a_x, b_y, c_z ; a_x, b_z, c_y ; a_y, b_x, c_z ; a_y, b_z, c_x ; a_z, b_x, c_y ; a_z, b_y, c_x . Tehát összesen $3! = 6$ háromszöget kapunk, amelyek mind hasonlóak és hasonló fekvésűek az adott ABC_Δ -höz.

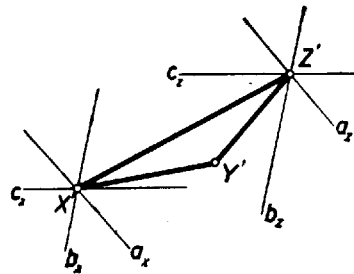
Mivel minden egyes irányban az X' , Y' és Z' csúcspontokon át húzott 3 párhuzamos közül, mindig van 2 szélső, mely nem metszi az $X'Y'Z'$ háromszöget és van mindig 1 középső, amely szükségképpen metszi a háromszöget, azért a szóban forgó 9 egyenes közül mindig van 3 és csakis 3 metsző és pontosan 6 nem metsző.



1. ábra



2. ábra



3. ábra

Ezen 6 nem metsző egyenes eloszlása csúcspontok szerint csakis a következő háromféle lehet: 2, 2, 2 (1. ábra), 1, 2, 3 (2. ábra) és 0, 3, 3 (3. ábra) és ennek megfelelően találunk a 6 háromszög között 2, 1 ill. 0 olyan háromszöget, amelyek az $X'Y'Z'_\Delta$ -et területileg magába foglalják, vagyis amelyekben, az X' , Y' , Z' pontok kivétel nélkül egy-egy háromszög oldalán – és nem a meghosszabbításán – vannak.

Tegyük fel, hogy 2 ilyen háromszöget találunk: $A'_1B'_1C'_{1\Delta}$ és $A'_2B'_2C'_{2\Delta}$ (1. ábra). Ezekben a körüljárás iránya nyilván mindenkor egymással ellenkező. Ha a két háromszöget az $X'Y'Z'_\Delta$ -gel együtt a H_1 külső hasonlósági centrumból ill. H_2 belső hasonlósági középponton át ABC_Δ -gé transzformáljuk, akkor az utóbbiban megkapjuk feladatunk 2 megoldását: $X_1Y_1Z_{1\Delta}$ és $X_2Y_2Z_{2\Delta}$.

Tehát feladatunknak 2, 1 vagy 0 megoldása van, »a háromszöget nem metsző« 6 egyenesnek fent említett 3-féle eloszlása szerint. Ha a keresett háromszög csúcspontjai az adott ABC_Δ oldalainak meghosszabbításán is lehetnek, akkor, mint láttuk, 6 megoldás van, amely szám csökkenhet aszerint, amint az $X'Y'Z'$ körül írt 6 háromszög közül valamelyik ponttá fajul.

Csiszár Imre (Bp. I., Petőfi g. I. o. t.)
Kálmán György (Szolnok, Beloiannis g. II. o. t.)