Tegyük a függvény nevezőjét racionálissá

$$y = \frac{2a\sqrt{1+x^2}(x-\sqrt{1+x^2})}{x^2-(1+x^2)} = \frac{2ax\sqrt{1+x^2}-2a(1+x^2)}{-1} = 2a(1+x^2-x\sqrt{1+x^2}) \tag{1}$$

Az x értéke így írható:

$$x = \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}-\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}\right) = \frac{a-b}{2\sqrt{ab}},$$

amiből

$$x^2 = \frac{a^2-2ab+b^2}{4ab},$$

és így

$$1+x^2 = \frac{a^2+2ab+b^2}{4\,ab}, \tag{2}$$

és

$$x\sqrt{1+x^2} = \frac{a-b}{2\sqrt{ab}}\cdot\left(\pm\frac{a+b}{2\sqrt{ab}}\right) = \pm\frac{a^2-b^2}{4\,ab}. \tag{3}$$

A (2) és (3) alatti értékeket (1)-be helyettesítve

$$y = 2a\left(\frac{a^2+2\,ab+b^2}{4ab} \mp \frac{a^2-b^2}{4ab}\right).$$

Tehát

$$y_1 = 2a\frac{2ab+2b^2}{4ab} = \frac{2b(a+b)}{2b} = a+b,$$
$$y_2 = 2a\frac{2a^2+2ab}{4ab} = \frac{2a(a+b)}{2b} = \frac{a}{b}(a+b).$$

Kálmán György (Szolnok, Beloiannisz g. II. o. t.)