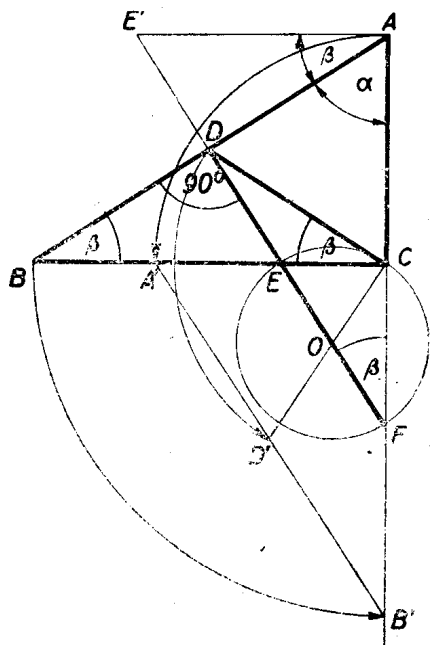


I. megoldás: Az $EFC_{\Delta} \sim ABC_{\Delta}$, mert $F\angle = B\angle = \beta$, mint merőleges szárú szögek. (L. ábrát)



Az EFC derékszögű háromszög köré írt kör középpontja O az EF átfogó felezőpontja. Bebizonyítjuk, hogy e kör érinti CD -t, vagyis $OC \perp DC$.

Forgassuk el az ABC_{Δ} -et C pont körül 90° -kal az $A'B'C$ helyzetbe, akkor az előbbiek alapján $A'B'C_{\Delta}$ nemcsak hasonló EFC_{Δ} -höz, hanem hasonló fekvésű is, vagyis $A'B' \parallel EF$ és mivel D' felezi $A'B'$ -t, azért CD' , a CD -nek 90° -os elforgatása, átmegy az EF felező pontján O -n, vagyis $OC \perp DC$. Tehát a DC súlyvonal tényleg érintője a körnek és így mértani középarányos a DE és DF szeletek között, vagyis

$$DC^2 = DE \cdot DF.$$

Grätzer György (Bp., V. Berzsényi g. II. o. t.)

II. megoldás: Mivel $DC = DB$, mint az ABC_Δ köré írt kör sugara, azért a $DCB \sphericalangle = \beta$ és mint már láttuk az I. megoldásban a $CFD \sphericalangle$ is egyenlő β -vel. Ennek alapján a $CDE_\Delta \sim FDC_\Delta$, mert a $C \sphericalangle$ és $F \sphericalangle$ egyenlőségén kívül a $D \sphericalangle$ közös. Tehát

$$DE : DC = DC : DF,$$

amiből

$$DC^2 = DE \cdot DF.$$

Ladányi József (Kisbér, Táncsics g. II. o. t.)

III. megoldás: Mivel (mint az I. megoldásban láttuk) az $AFD \triangleleft = \beta$, azért az $AFD_{\Delta} \sim EBD_{\Delta}$, és így

$$DF : DA = DB : DE.$$

De $DA = DB = DC$, vagyis

$$DC^2 = DE \cdot DF.$$

Tomor Benedek (Győr, Révai g. II. o. t.)

IV. megoldás:

$$(1) \qquad DE = DB \operatorname{tg} \beta = DC \operatorname{tg} \beta$$

$$(2) \quad DF = DA \cotg \beta = DC \cotg \beta$$

(1) és (2) szorzata

$$DE \cdot DF = DC^2 \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{cotg} \beta = DC^2.$$

Gaál István (Csorna, Latinka Sándor g. II. o. t.)

V. megoldás: Tükörzzük a BE szakaszt centrálisan a D pontra nézve. B tükörképe A pontba esik és E tükörképe E' az A és F pontokkal derékszögű háromszöget alkot, mert $\alpha + \beta = 90^\circ$. Ebben a derékszögű háromszögben ismert tétel szerint az átfogóhoz tartozó magasság mértani középarányos az átfogó két metszete között, vagyis $AD^2 = E'D \cdot DF$, de $AD = DC$ és $E'D = DE$ és így

$$DC^2 = DE \cdot DF.$$

Döbrösy László (Bp., V. Piarista g. II. o. t.)