

I. megoldás: Az adott gyököket behelyettesítve a

$$4a + 2b + 14 = 0$$

$$9a + 3b + 33 = 0$$

egyenleteket kapjuk, amelyekből

$$a = -4, \quad b = 1.$$

a és b ezen értékeit egyenletünkbe helyettesítve, az

$$(1) \quad x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$$

egyenlethez jutunk.

Másrészt, ha a keresett harmadik gyököt x_3 mal jelöljük, egyenletünk gyöktényezős alakja

$$(2) \quad (x - 2)(x - 3)(x - x_3) = 0$$

(1)-és (2)-ből következik, hogy

$$x - x_3 = \frac{x^3 - 4x^2 + x + 6}{(x - 2)(x - 3)} = \frac{x^3 - 4x^2 + x + 6}{x^2 - 5x + 6} = x + 1,$$

vagyis

$$x_3 = -1.$$

Balatoni István (Veszprém, Lovassy László g. II. o. t.)

II. megoldás: A harmadfokú egyenlet gyöktényezős alakja (ha a 3-adfokú tag együttthatója 1)

$$(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) = 0,$$

vagyis

$$x_3 - (x_1 + x_2 + x_3)x_2 + (x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3)x - x_1x_2x_3 = 0.$$

Jelen esetben

$$(1) \quad a = -(x_1 + x_2 + x_3),$$

$$(2) \quad 6 = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3a,$$

$$(3) \quad 6 = -x_1x_2x_3,$$

továbbá

$$x_1 = 2 \quad \text{és} \quad x_2 = 3.$$

(3) alapján

$$6 = -6x_3,$$

amiből

$$x_3 = -1,$$

és így (1)-ből

$$a = -(2 + 3 - 1) = -4,$$

és (2)-ből

$$b = 6 - 2 - 3 = 1.$$

Vastag György (Bp. XXI., Jedlik Ányos g. II. o. t.)