

I. megoldás: Az (1) alatti kifejezésben a szorzatot összeggé alakítva:

$$\begin{aligned} &xyz + (xy + y^2 + xz + yz)(z + x) = \\ &= xyz + xyz + y^2z + xz^2 + yz^2 + x^2y + xy^2 + x^2z + xyz. \end{aligned}$$

Emeljük ki az utóbbi összeg megfelelő tagjaiból rendre xy -t, xz -t, ill. yz -t, ekkor kifejezésünk így alakul

$$xy(x + y + z) + xz(x + y + z) + yz(x + y + z) = (x + y + z)(xy + xz + yz),$$

amely alakban az $(x + y + z)$ -val való oszthatóság nyilvánvaló.

Csomós Sándor (Hatvan, 4. sz. vegyip. techn.)

II. megoldás: Alakítsuk át (1) második tagját úgy, hogy tényezőiben $(x + y + z)$ szerepeljen. (1) új alakja:

$$(2) \quad xyz + (x + y + z - z)(x + y + z - x)(x + y + z - y)$$

(2) második tagját olyan kéttagúak szorzatának fogjuk fel, amelyek közös első tagja $x + y + z$. A három kéttagú szorzatában csak az a tag nem osztható $(x + y + z)$ -vel, amely a három második tag szorzatából áll: $-xyz$. Ezért a teljes kifejezést osztva $(x + y + z)$ -vel, a maradék

$$xyz - xyz = 0,$$

és ezzel az oszthatóságot bebizonyítottuk.

Tóth Ildikó (Debrecen, Csokonai g. II. o. t.)