

I. megoldás: Ha az $ax^2 + bx + c = 0$ egyenletben x helyébe $\frac{1}{y}$ -t helyettesítünk, kapjuk az

$$\frac{a}{y^2} + \frac{b}{y} + c = 0 \text{ egyenletet, vagyis } y^2\text{-tel } (y \neq 0) \text{ szorozva}$$
$$cy^2 + by + a = 0.$$

Tehát az egyik egyenlet gyökei a másik egyenlet gyökeinek reciprok értékei.

Pannonhalmi gimn. szakköre.

II. megoldás: Legyen az első egyenletből $x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ és a másikkól $y_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2c}$

$$x_1 \cdot \frac{1}{y_1} = \frac{c}{a} = x_1 \cdot x_2, \text{ miből } x_2 = \frac{1}{y_1}$$

Hasonlóképpen $\frac{1}{x_1} \cdot y_1 = \frac{a}{c} = y_1 y_2$, miből $y_2 = \frac{1}{x_1}$ vagyis $x_1 = \frac{1}{y_2}$.

Tehát az egyik egyenlet gyökei egyenlők a másik egyenlet gyökeinek reciprok értékeivel.

Lackner Györgyi (Bp. V., 1. sz. textilip. techn. I. o. t.)

III. megoldás: Az első egyenletből

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \text{ és } x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

A második egyenletből

$$y_1 + y_2 = -\frac{b}{c} = -\frac{b}{a} \cdot \frac{a}{c} = (x_1 + x_2) \cdot \frac{1}{x_1 x_2} = \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_1}$$

és

$$y_1 y_2 = \frac{a}{c} = \frac{1}{x_1 x_2}$$

Tehát $\frac{1}{x_1}$ és $\frac{1}{x_2}$ gyökei a

$$z^2 - (y_1 + y_2)z + y_1 y_2 = 0$$

egyenletnek. Ezen egyenlet gyökei azonban y_1 és y_2 .

Teljes értékű megoldás csak a fenti kettő érkezett be. Csak részleges megoldásoknak tekinthetők az olyan megállapítások, hogy $x_1 x_2 y_1 y_2 = 1$, vagy $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$, vagy $\frac{x_1 x_2}{y_1 y_2} = \frac{c^2}{a^2}$ stb., mert ezek mind kevesebbet mondanak, mint a fent közölt megoldások.