Jelöljük a 9-szög oldalát a-val, a (konvex) AIH szöget pedig x-szel. Jelölje továbbá $AIH_k\sphericalangle$ azt a szöget, amelynek csúcsa az I pont, és az $AIH\sphericalangle$-et 360°-ra egészíti ki. A lefedés tényéből következik, hogy

$$AIH\sphericalangle = BCD\sphericalangle = NJK\sphericalangle = JKL\sphericalangle = IHG\sphericalangle = x. \tag{1}$$

Hasonlóan megmutatható, hogy $HGF\sphericalangle = x$. Ezekből következik, hogy

$$BCD_k\sphericalangle = CDE_k\sphericalangle = DEF_k\sphericalangle = 360^\circ - x. \tag{2}$$

Mivel $JAB\sphericalangle = x$ és $JAI\sphericalangle = ABC\sphericalangle$,

$$IAB\sphericalangle + ABC\sphericalangle = x. \tag{3}$$

Osszuk fel az $ABCDEFGHI$ 9-szöget hét háromszögre az *ábra* szerint. A 9-szög belső szögeinek összege $7 \cdot 180^\circ$. (1) és (2) alapján

$$AIH\sphericalangle + IHG\sphericalangle + HGF\sphericalangle + BCD_k\sphericalangle + CDE_k\sphericalangle + DEF_k\sphericalangle = 3 \cdot 360^\circ,$$

ezért

$$IAB\sphericalangle + ABC\sphericalangle + EFG\sphericalangle = 180^\circ.$$

Ebből (3) szerint $EFC\sphericalangle = 180^\circ - x$. A $HGFE$ négyszögben

$$HGF\sphericalangle + EFG\sphericalangle = x + 180^\circ - x = 180^\circ,$$

és $HG = GF = FE = a$, ezért ez a négyszög rombusz. Hasonlóan megmutatható, hogy $HEDI$ és $IDCA$ is a oldalú rombusz. De akkor az $ABC\triangle$ szabályos, és az $ABC\sphericalangle = 60^\circ$.

A többi szög meghatározásához vegyük figyelembe, hogy

$$AID\sphericalangle = ACD\sphericalangle = 360^\circ - x - 60^\circ = 300^\circ - x, \quad \text{továbbá} \tag{4}$$

$$HID\sphericalangle = HED\sphericalangle = 360^\circ - 2x. \tag{5}$$

Mivel $AIH\sphericalangle = AID\sphericalangle + HID\sphericalangle$, (4) és (5) alapján $x = 300^\circ - x + 360^\circ - 2x$, amiből $x = 165^\circ$. Így $EFG\sphericalangle = 15^\circ$ és $BAI\sphericalangle = 105^\circ$.

Tehát az $ABCDEFGHI$ 9-szög szögei rendre:

$$105^\circ, \quad 60^\circ, \quad 195^\circ, \quad 195^\circ, \quad 195^\circ, \quad 15^\circ, \quad 165^\circ, \quad 165^\circ, \quad 165^\circ.$$

Kucsera Judit (Révkomárom, Magyar Tannyelvű Gimn., II. o. t.)