

Legyen először a szerkesztendő hatszög konvex. Tegyük fel továbbá, hogy van két egyenlő szemközti oldalpárja, ezek az 1. ábrán $AF = CD$. Megmutatjuk, hogy ekkor a másik két szemközti oldalpár is egyenlő. Az 1. ábra alapján látjuk, hogy $AFM\Delta \cong DCN\Delta$, hiszen megegyeznek egy oldalban és a rajta fekvő két szögben. Ezért $CN = FM$ és $DN = MA$, amiből rögtön következik, hogy $BC = EF$ és $AB = ED$. Mivel az $MBNE$ paralelogramma középpontosan szimmetrikus, a hatszög is szimmetrikus lesz az MN szakasz felezőpontjára. Ezért egy ilyen hatszög úgy szerkeszthető meg, hogy az adott AB, BC, CD szakaszokat egymáshoz csatlakozóan fölmérjük, majd ezt az alakzatot AD felezőpontjára tükrözzük. A kapott (esetleg nem konvex) megoldás kielégíti a feladat feltételeit, és nyilvánvaló, hogy végtelen sok megoldás lesz.

Vizsgáljuk ezután azt az esetet, amikor a hatszög konvex és a, b, c, d, e, f oldalai közül a szemköztiak különböző hosszúságúak. A jelölést megválaszthatjuk úgy, hogy $a < d$ legyen. A 2. ábra jelöléseivel $ND > MA$ és $AFM\Delta \sim DCN\Delta$. Ezért $c > f$ és $NC > FM$, azaz $e > b$. Húzzunk párhuzamost a B ponton át a CD , a D -n át az EF , és F -en át az AB oldallal. Ezek a párhuzamosok meghatározzák a PQR háromszöget, amelynek oldalai: $PQ = a - d$, $QR = c - f$, $RP = e - b$. A PQR háromszög három oldalából megszerkeszthető. A PQ szakasz P -n túli meghosszabbításán P -től d távolságra van az F pont. Hasonlóan kapjuk a QR -en, illetve RP -n a B , illetve D pontot. Az A, C, E pontokat „paralelogrammává kiegészítéssel” nyerhetjük.

A feladat megoldható, ha az $a - d, c - f, e - b$ szakaszok eleget tesznek a háromszögegyenlőtlenségeknek, és emellett teljesülnek a már korábban megállapított $a > d, c > f$ és $e > b$ feltételek. Ekkor egy megoldás lesz. Legyen ezután a hatszög konkáv. A feladat feltételeiből következik, hogy a szerkesztendő hatszög szemközti szögei egyenlők (váltószögek). A hatszög tehát csak úgy lehet konkáv, hogy két szemközti szöge egyszerre konkáv. Ilyen esetet rajzoltunk le a 3. ábrán. Ha itt most $a = d$, akkor a konvex esethez hasonlóan megmutatható, hogy a másik két szemközti oldalpár is egyenlő, és végtelen sok megoldás lesz (közöttük konvex megoldások is). Tegyük fel ezután, hogy $a > d$. Ekkor $AM > ND$, és $AMF\Delta \sim DNC\Delta$. Ezért $f > c$ és $FM > NC$, azaz $b > e$. (Ez eltér a konvex esetre kapott feltételtől, mert itt a és a két szomszédja nagyobbak, mint a velük szemközti oldalak.) Tükrözzük ezután az F és C csúcsot az AE , illetve BD átló felezőpontjára. Az így kapott $ABC'DEF'$ konvex hatszögre teljesülnek az első részben megállapított feltételek, a tükrözések utáni ábra analóg a 2. ábrával, a megoldás tehát a fentebb leírt módon (az $ABC'DEF'$ megszerkesztésével) folytatható.

Maróti Gábor (Szombathely, Nagy Lajos Gimn., IV. o. t.) dolgozata alapján