

Először a bal oldali egyenlőtlenséget igazoljuk. Az *ábra* $ASB\triangle$ -éből a háromszögegyenlőtlenség szerint $c < \frac{2}{3}s_a + \frac{2}{3}s_b$, ezért $\frac{2}{3}c < s_a + s_b$.

Az $ACF\triangle$ -ből $\frac{a^2}{4} + b^2 = s_a^2$, az $ECB\triangle$ -ből pedig $\frac{b^2}{4} + a^2 = s_b^2$. E két egyenlőséget összeadva: $\frac{5}{4}(a^2 + b^2) = s_a^2 + s_b^2$, és mivel $a^2 + b^2 = c^2$, azért $\frac{5}{4} \cdot c^2 = s_a^2 + s_b^2$. Ezt így is írhatjuk:

$$\frac{\sqrt{10}}{4}c = \sqrt{\frac{s_a^2 + s_b^2}{2}}.$$

A számtani és a négyzetes közép közötti összefüggés szerint $\frac{s_a + s_b}{2} \leq \sqrt{\frac{s_a^2 + s_b^2}{2}}$, ezért az utolsó két összefüggésből $\frac{s_a + s_b}{2} \leq \frac{\sqrt{10}}{4}c$, ami ekvivalens a jobb oldali egyenlőtlenséggel.

Ódor Lajos (Révkomárom, Magyar Tannyelvű Gimn., IV. o. t.)

