

Legyen  $a = \operatorname{ctg} \alpha$  és  $b = \operatorname{ctg} \beta$ . A kotangens függvény addíciós tétele szerint:

$$\operatorname{ctg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta - 1}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta} = \frac{ab - 1}{a + b}.$$

A feladat megoldásához tehát elegendő megmutatni, hogy az

$$\frac{ab - 1}{a + b} = \frac{2}{5}$$

egyenletnek nincs egész számokból álló megoldása.

Szorozzuk meg mindkét oldalt  $25(a + b)$ -vel, és alakítsuk át az egyenletet a következőképpen:

$$\begin{aligned} 25ab - 25 &= 10a + 10b, \\ 25ab - 10a - 10b + 4 &= 29, \\ (5a - 2)(5b - 2) &= 29. \end{aligned}$$

A 29 tehát az  $5a - 2$  és  $5b - 2$  egész számok szorzata. Ez 4-féleképpen lehetséges, ezeket a következő táblázatban foglaltuk össze:

|           | $5a - 2$ | $5b - 2$ | $a$             | $b$             |
|-----------|----------|----------|-----------------|-----------------|
| I. eset   | 1        | 29       | $\frac{3}{5}$   | $\frac{31}{5}$  |
| II. eset  | 29       | 1        | $\frac{31}{5}$  | $\frac{3}{5}$   |
| III. eset | -1       | -29      | $-\frac{1}{5}$  | $-\frac{27}{5}$ |
| IV. eset  | -29      | -1       | $-\frac{27}{5}$ | $-\frac{1}{5}$  |

Látható, hogy egyik esetben sem kaptunk egész megoldásokat.