

A hegyesszögek felét jelöljük α -val, illetve β -val. Az 1. ábra jelöléseit használva az AA_1B háromszögből a szinusztétel szerint

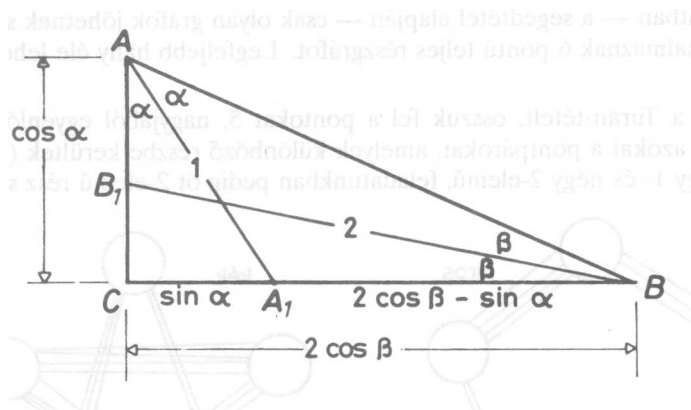
$$(1) \quad 2 \cdot \cos \beta - \sin \alpha = \frac{\sin \alpha}{\sin 2\beta}.$$

Ezzel ekvivalens a

$$2 \cdot \sin 2\beta \cdot \cos \beta = \sin \alpha (1 + \sin 2\beta)$$

felírás, amelyből az $\alpha + \beta = 45^\circ$ összefüggéssel

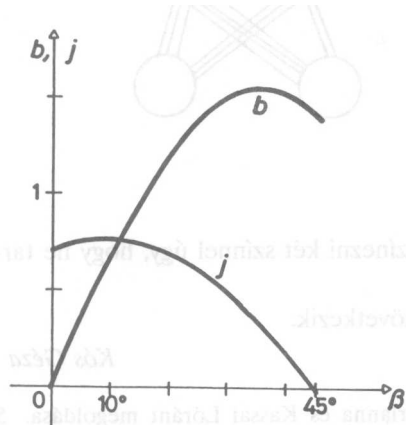
$$(2) \quad 2 \cdot \sin 2\beta \cdot \cos \beta = \sin(45^\circ - \beta)(1 + \sin 2\beta).$$



1. ábra

Ezt az egyenletet először grafikusan próbáljuk megoldani.

Mind a bal oldalon, mind a jobb oldalon lévő tényezők ábrázolása után „grafikus szorzást” hajtunk végre. Mivel β csak a $(0; 45^\circ)$ intervallumban változhat, a grafikonokat elég ebben az intervallumban megrajzolni (2. ábra). A vázlatrajz egy megoldást mutat 10° közelében. Behelyettesítéssel megállapítható, hogy $\beta_1 = 11,5^\circ$ esetén a bal oldal helyettesítési értéke kisebb, $\beta_2 = 12^\circ$ esetén pedig nagyobb, mint a jobb oldalé. Ezért $\beta_3 = \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} = 11,75^\circ$ a keresett gyök egy β_1 -nél és β_2 -nél pontosabb közelítő értéke, és amint azt behelyettesítéssel megállapíthatjuk, a keresett gyök β_1 és β_3 között van. Ezt az úgynevezett felezési módszert tovább folytatva $\beta_4 = \frac{\beta_1 + \beta_3}{2} = 11,625^\circ$ közelítő értéket kapjuk (2) gyökére. Néhány lépés után – zsebszámológéppel számolva – az eléggé pontos $\beta = 11,52903^\circ$ közelítő értékhez jutunk, amellyel a bal oldal helyettesítési értéke 0,7675235, a jobb oldalé pedig 0,7675226. Ezzel a β értékkel $\alpha = 33,47097^\circ$, a két befogó pedig $\cos \alpha = 0,834165$ és $2 \cdot \cos \beta = 1,959647$.



2. ábra

Reményi Gusztáv

Megjegyzés. Az (1) egyenletből β -t kiküszöbölve a

$$\operatorname{tg}^3 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha + (\sqrt{2} - 1) \operatorname{tg} \alpha - 1 = 0$$

harmadfokú egyenlethez jutunk. Az ilyen egyenletek megoldási módszere megtalálható pl. *Fuchs László*: Bevezetés az algebrába és számelméletbe II. rész 86. old. Az egyenletet az úgynevezett Cardano-képlettel megoldva a két befogó: $b = 0,8341$, $a = 1,9596$.