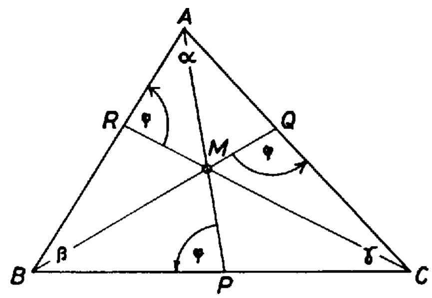
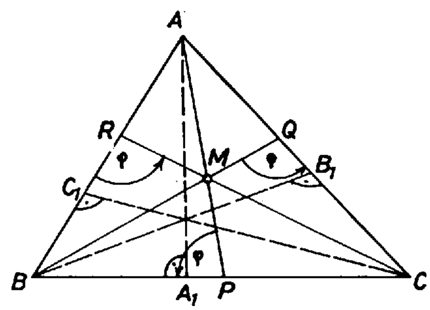
Legyen az AM és BC egyenesek metszéspontja P, és hasonlóan értelmezzük az *ábrák* Q és R pontjait.



1. ábra

A feladat szövegében szereplő hajlásszögeket φ-vel jelöljük ($\varphi \leq 90°$). Könnyen látható, hogy a feltételnek kétféle *ábra* felelhet meg. Ha $\varphi = 90°$, akkor készen vagyunk. Tegyük fel ezután, hogy az *1.ábra* szerinti esetben $\varphi < 90°$. Mivel φ külső szöge az AQB, BRC, CPA háromszögeknek, ezért $\alpha, \beta, \gamma < \varphi < 90°$. Mindez azt jelenti, hogy az A, B, C csúcsokból induló magasságok rendre az ABP, BCQ, illetve CAR háromszögek belsejében haladnak. Ekkor azonban az A-ból, illetve B-ből kiinduló magasságok a BMP háromszög belsejében metszik egymást. Ezért, mivel a harmadik magasság a CAR háromszög belsejében halad, a háromszög három magasságvonala nem mehet át egy ponton. Ez ellentmondás, tehát M a háromszög magasságpontja.



2. ábra

Tegyük fel ezután, hogy a *2. ábra* szerinti esetben $\varphi \leq 90°$. Az A-ból, B-ből és C-ből induló magasságvonalak talppontját A_1-gyel, B_1-gyel és C_1-gyel, a háromszög oldalait pedig a szokásos módon a, b, c-vel jelölve:

$$
\begin{aligned}
BP = BA_1 + A_1P = c\cos\beta + c\sin\beta \ \mathrm{ctg}\varphi,\\
PC = A_1C - A_1P = b\cos\gamma - b\sin\gamma \ \mathrm{ctg}\varphi,\\
CQ = CB_1 + B_1Q = a\cos\gamma + a\sin\gamma \ \mathrm{ctg}\varphi,\\
QA = B_1A - B_1Q = c\cos\alpha - c\sin\alpha \ \mathrm{ctg}\varphi,\\
AR = AC_1 - RC_1 = b\cos\alpha - b\sin\alpha \ \mathrm{ctg}\varphi,\\
RB = C_1B + RC_1 = a\cos\beta + a\sin\beta \ \mathrm{ctg}\varphi.
\end{aligned}
$$

Ceva tétele szerint

$$BP \cdot CQ \cdot AR = PC \cdot QA \cdot RB,$$

azaz

$$
\begin{aligned}
c(\cos\beta + \sin\beta \ \mathrm{ctg}\varphi)a(\cos\gamma + \sin\gamma \ \mathrm{ctg}\varphi)b(\cos\alpha - \sin\alpha \ \mathrm{ctg}\varphi) =\\
= b(\cos\gamma - \sin\gamma \ \mathrm{ctg}\varphi)c(\cos\alpha - \sin\alpha \ \mathrm{ctg}\varphi)a(\cos\beta + \sin\beta \ \mathrm{ctg}\varphi).
\end{aligned}
$$

Egyszerűsítés után ebből

$$\cos\gamma + \sin\gamma \ \mathrm{ctg}\varphi = \cos\gamma - \sin\gamma \ \mathrm{ctg}\varphi,$$

tehát $\varphi = 90°$.

Kassai Lóránt (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn. IV. o. t.) dolgozata alapján